

07. Elastični spojevi

| | |
|---|-----------|
| 07. Elastični spojevi | 1 |
| 7.1 Osnove elastičnih spojeva | 2 |
| 7.1.1 Ubrzano gibanje | 2 |
| 7.1.2 Gibanje i titranje (motion and vibration, Bewegung und Vibration) | 2 |
| 7.1.3 Harmonijsko titranje | 2 |
| 7.1.4 Prigušeno titranje | 2 |
| 7.1.5 Prinudno titranje | 2 |
| 7.2 Opruge (<i>spring, Feder</i>) | 2 |
| 7.2.1 Vrste opruga | 2 |
| 7.2.2 Materijali za opruge | 3 |
| 7.2.3 Lisnate opruge | 3 |
| 7.2.4 Šipkaste opruge | 3 |
| 7.2.5 Tanjuraste opruge | 3 |
| 7.2.6 Gumene opruge | 3 |
| 7.2.7 Plinske opruge | 3 |
| 7.3 Cilindrične opruge | 3 |
| 7.3.1 Čelične cilindrične opruge od okrugle žice | 4 |
| 7.3.2 Opruge za okretanje | 4 |
| 7.3.3 Tlačne opruge | 4 |
| 7.3.4 Vlačne opruge | 4 |
| 7.3.5 Usvajanje cilindričnih opruga | 4 |
| 7.4 Amortizeri (<i>shock absorber, Stoßdämpfer</i>) | 4 |
| 7.4.1 Osnove amortizera | 4 |
| 7.4.2 Vrste amortizera | 4 |
| 7.4.3 Usvajanje amortizera | 4 |
| 7.4.4 Primjeri korištenja amortizera | 4 |
| 7.5 Primjeri elastičnih spojeva | 4 |
| 7.5.1 Opruge | 4 |
| 7.5.2 Amortizeri | 4 |
| 7.5.3 Opruge s amortizerima | 58 |
| Dodatak | 59 |
| Literatura | 64 |

Ishodi učenja:

1. Razumijevanje osnova zupčanih prijenosnika (*strojevi, prijenosnici, veličine gibanja*).
2. Umjeti nacrtati zupčani par (*geometrije zuba i zupčanih parova*)
3. Usvojena znanja iz zupčanih parova (*vrste/svojstva, proračun zupčanog para čelnika*).
4. Usvojena znanja iz primjene zupčanih prijenosnika (*montaža/demontaža, pogon/održavanje*).

Elastičnost ()

7.1 Osnove elastičnih spojeva

(elastic joint, elastische Verbindung)

34/662-762, 43/80-90, 13/227, 14/181,

7.1.1 Ubrzano gibanje

7.1.2 Gibanje i titranje (motion and vibration, Bewegung und Vibration)

12/85-93,

7.1.3 Harmonijsko titranje

10/67-75, 20/64,

7.1.4 Prigušeno titranje

7.1.5 Prinudno titranje

7.2 Opruge (spring, Feder)

2/329, 5/505, 7/43, 8/240, 9/140, 10/489, 12/455/1048, 13/230, 14/181, 52/205-273,

7.2.1 Vrste opruga

Vlačno/tlačno opterećene opruge

4/385, 6/839,

Uvojno opterećene opruge

Savojno opterećene opruge

Stezni i oblikovni spojevi s oprugama

13/130, 13/154,

7.2.2 Materijali za opruge

2/138, 7/246,

7.2.3 Lisnate opruge

7.2.4 Šipkaste opruge

3/603, 12/466/915/1051,

7.2.5 Tanjuraste opruge

7.2.6 Gumene opruge

7.2.7 Plinske opruge

7.3 Cilindrične opruge

4 Elementi strojeva 2

7.3.1 Čelične cilindrične opruge od okrugle žice

7.3.2 Opruge za okretanje

7.3.3 Tlačne opruge

7.3.4 Vlačne opruge

7.3.5 Usvajanje cilindričnih opruga

7.4 Amortizeri (*shock absorber, Stoßdämpfer*)

3/603, 12/466/915/1051,

7.4.1 Osnove amortizera

7.4.2 Vrste amortizera

7.4.3 Usvajanje amortizera

7.4.4 Primjeri korištenja amortizera

7.5 Primjeri elastičnih spojeva

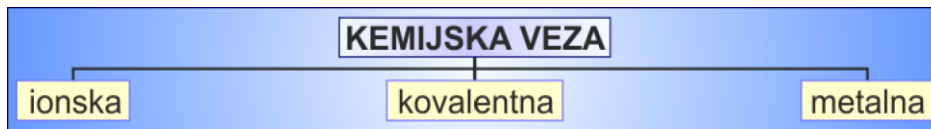
7.5.1 Opruge

11/54/184/210, 12/440,

7.5.2 Amortizeri

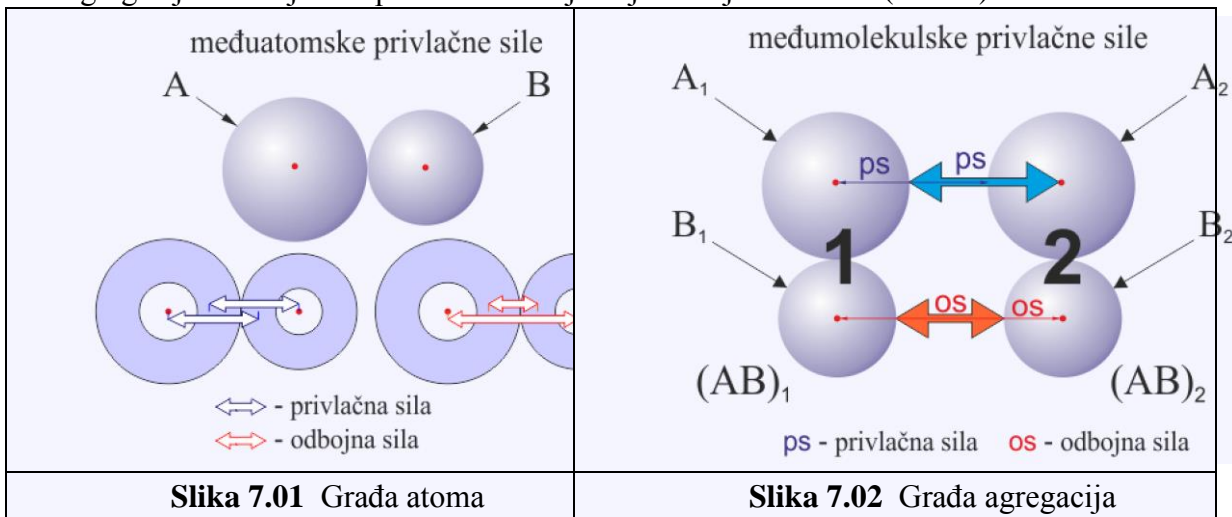
1. **Elastični spojevi – definicija i temelji**

Kod **elastičnog spoja** mogu se spojeni dijelovi uzajamno gibati bez raskidanja spoja. Za razumjevanje funkcioniranja opruga i amortizera treba se podsjetiti građe materijala. Prema načinu postizanja povoljnih struktura elektronskog omotača razlikuju se:

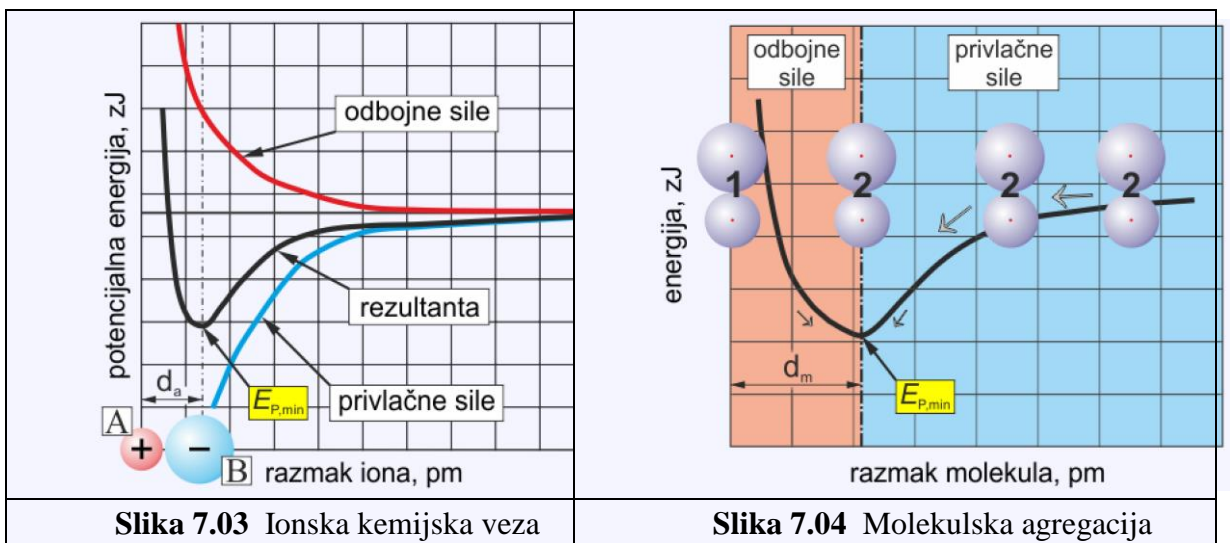


1. **ionska** veza – atomi su **otпусти**li/primili elektrone,
2. **kovalentna** veza – atomi su **uparili** elektrone,
3. **metalna** veza – atomi su **udružili** elektrone.

Pored uzajamnih privlačnih/odbojnih djelovanja kemijski vezanih atoma (S-7.01), prisutna su u agregacijama uzajamna privlačna/odbojna djelovanja molekula (S-7.02).

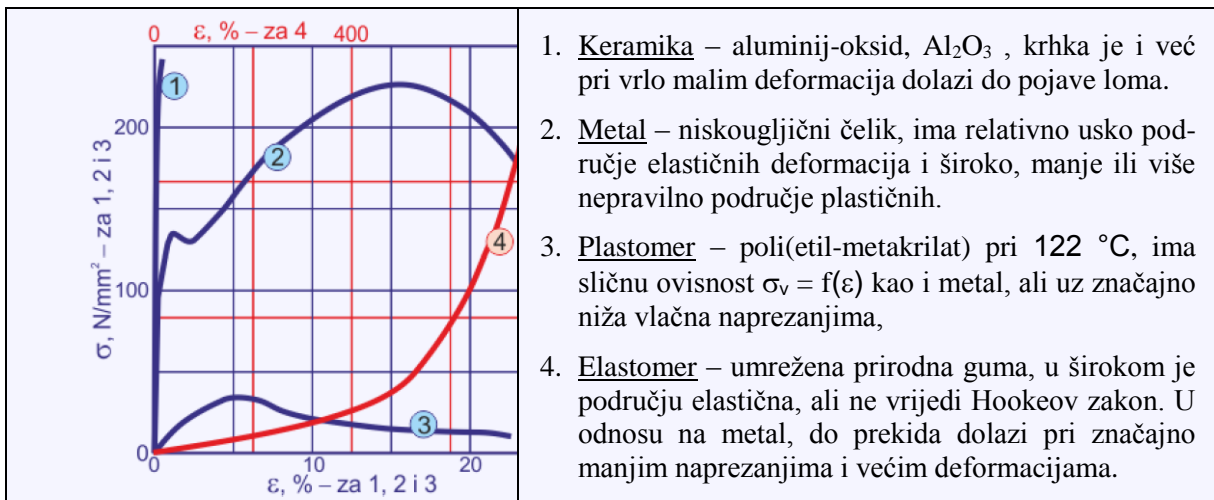


S uzajamnim približavanjem atoma/iona/molekulamolekula (S-7.03, S-7.04) dolazi do izraženijeg porasta odbojnih sila na manjim razmacima. Na određenom razmaku iona javlja se **minimum potencijalne energije** $E_{P,min}$.



Pri jednakim opterećenjima različiti materijali se u velikoj mjeri različito deformiraju.

6 Elementi strojeva 2



2. Hookeov zakon

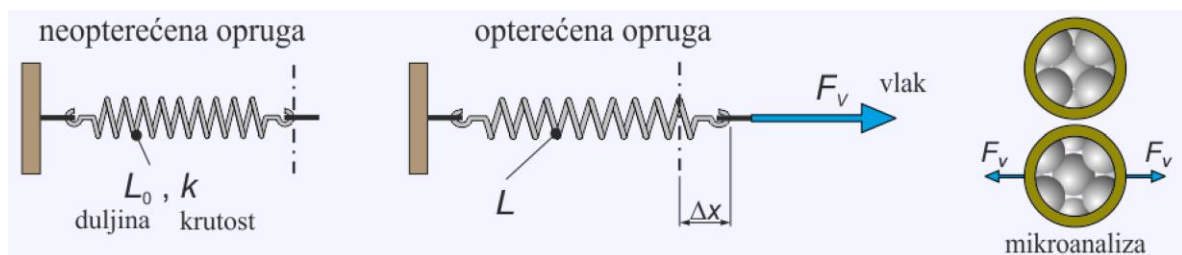
U području elastičnosti vrijedi **Hookeov zakon (S-7.4)**:

$$F_v = k \cdot \Delta x \frac{L - L_0}{L_0}$$

gdje je: F_v – vlačna sila, N,
 k – Hookeova konstanta, N,
 Δx – produljenje, 1:

$$\Delta x = \frac{L - L_0}{L_0}$$

gdje je: L_0 – duljina rasterećenog komada, mm,
 L – duljina komada nakon opterećenja silom F_v , mm,

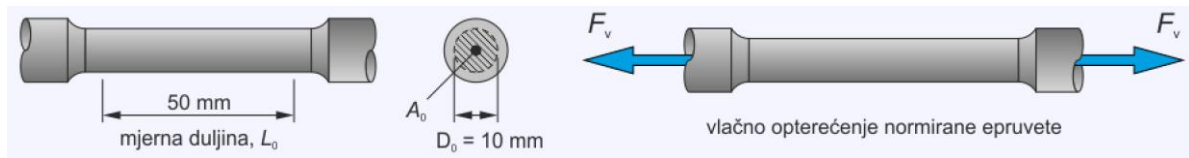


Slika 7.05 Elastične deformacije i Hookeov zakon

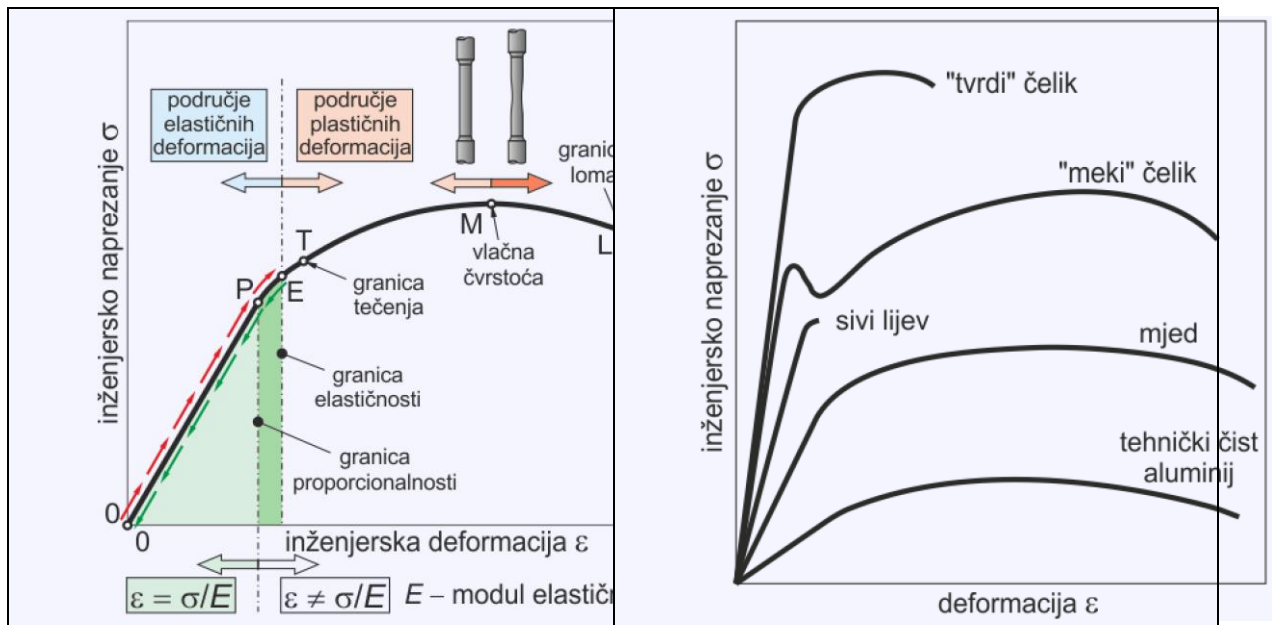
Vrijednost Hookeove konstante ovisi o:

- (a) dimenzija komada i
- (b) mehaničkih karakteristika materijala.

U normiranim ispitivanjima mehaničkih karakteristika materijala koriste se različite normirane geometrije epruveta.



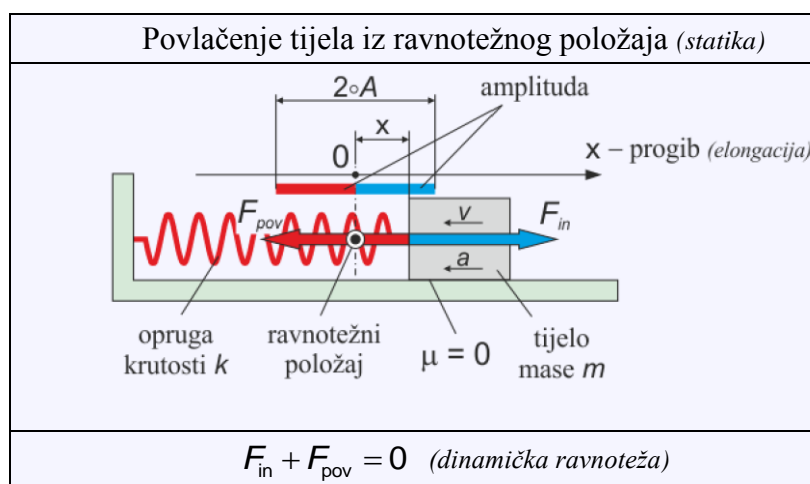
Na slici **S-7.06** prikazano je ponašanje materijala pri mehaničkom opterećivanju u područjima elastičnih i plastičnih deformacija.



Slika 7.06 Deformiranje materijala pri opterećivanju

3. **Titranje i vrste titranja**

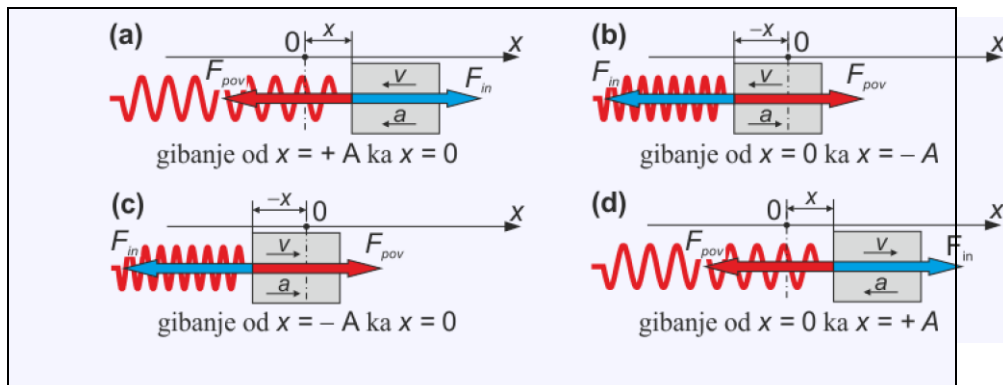
Titranje (*oscilacije, vibracije*) – periodičko gibanje tijela oko **ravnotežnog položaja** ($x = 0$), između graničnih položaja ($x = \pm A$).



Oscilator – sustav koji titra. (*tijelo/opruga, njihala, žice muzičkih instrumenata, elastične membrane*)

Titranje počinje kada se tijelo odmakne od ravnotežnog položaja (*od $x = 0$ do $x = A$*) i pusti:

Težnja sustava uspostavljanju ravnotežnog stanja (*dinamika*)



Titraj – period gibanja između dva uzastopna prolaza iz istog smjera kroz ravnotežni položaj: $x = 0 \Rightarrow +A \Rightarrow 0 \Rightarrow -A \Rightarrow 0 \dots$

Dinamička ravnoteža povratnih i inercijalnih sile može se opisati s komponentama, na primjer, pri gibanju $x = +A \Rightarrow x = 0$:

$$\sum F_i = F_{in} + F_{pov} = 0 \quad N$$

(znakovi se određuju naknadno, na temelju trenutnog položaja tijela – suprotni smjerovi od x i a)

gdje je: F_{pov} – **povratna sila** (elastična sila), kojom opruga povlači uvijek (potiskuje) tijelo k ravnotežnom položaju:

$$F_{pov} = -k \cdot x \quad N$$

F_{in} – **inercijalna sila**, kojom se tijelo uvijek protivi promjeni stanja gibanja:

$$F_{in} = -m \cdot a \quad N$$

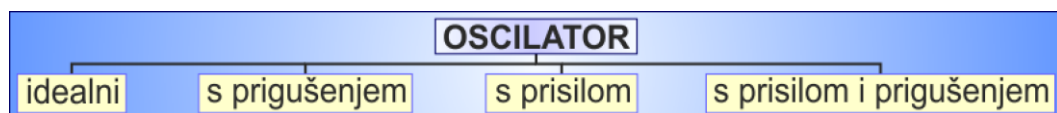
Postavljanje **diferencijalne jednadžbe harmonijskog oscilatora** s elastičnom oprugom (krutosti k) i tijelom (masa m):

$$F_{pov} + F_{in} = -k \cdot x - m \cdot a = 0 \quad \Rightarrow \quad k \cdot x + m \cdot a = 0$$

$$a = -\frac{k}{m} \cdot x \quad \Rightarrow \quad \frac{k}{m} \cdot x + \frac{d^2 x}{dx^2} = 0$$

Prema tome, nakon puštanja, ubrzanje tijela (a) biti će veće što je veća krutost opruge (k), manja masa tijela (m), te što je tijelo prije puštanja bilo povučeno dalje od ravnotežnog položaja (x).

Razlikuju se oscilatori:



Idealni oscilator – bez trenja (idealizacija) \Rightarrow titranje bi trajalo beskonačno dugo ako bi faktor trenja (μ) bio jednak nuli.

Oscilator s prigušenjem – uslijed unutarnjih i/ili vanjskih utjecaja (trenje, amortizer) tijekom vremena se smanjuje amplituda.

Oscilator s prisilom – na oscilator djeluju vanjski periodički utjecaji (sila).

4. **Harmonijsko titranje**

[Fizika, <http://www.sfsb.hr/~zkolum/Fizika/05TitranjeIValnoGibanje.pdf>]

Harmonijski oscilator – titranje se opisuje sa (rješenje diferencijalne jednačbe harmonijskog oscilatora uz uvjete $x_0 = 0, x_0' = A$):

$$x = A \circ \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m}} \circ t \right) \quad x = A \circ \sin (\omega \circ t) \quad \text{za } x_0 = 0 \quad x = A \circ \sin (\omega \circ t + \varphi_0) \quad [\text{ili } x = A \circ \cos (\omega \circ t + \varphi_0)]$$

Horizontalni i vertikalni idealni ($\mu_{kl, dm} = 0$) harmonijski oscilator, s oprugom krutosti (k) i tijelom mase (m), opisuju se jednakim diferencijalnim jednačbama (i imaju ista rješenja), s tim što se analiziraju komponente u horizontalnom (x) i vertikalnom (y) pravcu.

| | |
|--|--|
| <p>(a) komponente (b) statička ravnoteža (c) dinamička ravnoteža</p> | <p>(b) $G + F_{\text{pov},0} = 0$ (opća jednačba, smjerovi nisu određeni) $m \circ g - k \circ (L - L_0) = 0$ (statička ravnoteža)</p> <p>(c) $G + F_n + F_{\text{pov}} = 0$ (opća jednačba, s nepredviđenim smjerovima sila) $m \circ g - m \circ a - k \circ (L - L_0 + y) = 0$ (dinamička ravnoteža) $m \circ g - m \circ a - k \circ (L - L_0) - k \circ y = 0$ po skraćivanju, konačno se dobiva: $m \circ a + k \circ y = 0$</p> |
|--|--|

Elongacija, x, m – razmak tijela (točke) od ravnotežnog položaja. Tijekom titranja (vremena) stalno se mijenja.

Amplituda, A, m – maksimalni razmak tijela od ravnotežnog položaja. Jednaka je razmaku tijela od ravnotežnog položaja (elongaciji) u trenutku kada je tijelo pušteno da počne titrati. Dobiva se iz uvjeta:

$$t = 0 \text{ s}, \quad \varphi_0 = \pi/2 \Rightarrow \sin (\omega \circ t + \varphi_0) = 1$$

$$[\text{ili } t = 0 \text{ s}, \quad \varphi_0 = 0 \Rightarrow \cos (\omega \circ t + \varphi_0) = 1]$$

Kružna frekvencija, $\omega, \text{rad} \circ \text{s}^{-1}$ – kutna brzina titranja: $\omega = \frac{2 \circ \pi}{T}$

Početna faza, φ_0, rad – konstanta je titranja i dobiva se iz uvjeta $t = 0 \text{ s}$. Faza, $\varphi = (\omega \circ t + \varphi_0), \text{rad}$ – mijenja se tijekom vremena.

Period, T, s – vrijeme trajanja jednog titraja (vremenski interval između dva prolaza kroz istu točku iz istog smjera). Kod jednolike rotacije je period (vrijeme, t , u sekundama, potrebno za obilazak opsega kružnice, $2 \circ \pi$, u radijanima):

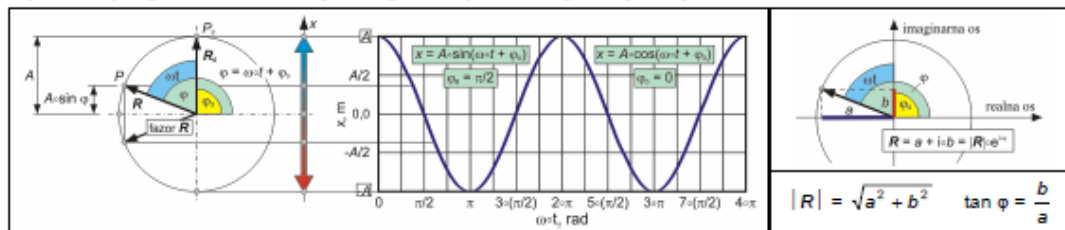
$$T = \frac{2 \circ \pi}{\omega} = 2 \circ \pi \circ \sqrt{\frac{m}{k}} \quad [T] = \frac{\text{s}}{\text{titraj}} = \text{s} \quad \text{Period će biti veći što je veća masa } m \text{ tijela koje titra (tijelo je inertnije i teže mu je mijenjati stanje gibanja) i što je manja krutost opruge } k \text{ pod čijim djelovanjem tijelo titra (opruga manje krutosti se lakše deformira).}$$

Frekvencija, ν, s^{-1} – broj titraja ($0 \Rightarrow +A \Rightarrow 0 \Rightarrow -A \Rightarrow 0$) u jedinici vremena:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \circ \pi} \circ \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\omega}{2 \circ \pi} \quad [\nu] = \frac{\text{titraj}}{\text{s}} = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1} = \text{Hz (herc)}$$

Ako točka obiđe kružnicu 1000 puta u sekundi:
 $T = 10^{-3} \text{ s}, \quad \nu = 10^3 \text{ s}^{-1} = 1 \text{ kHz}$

Titranje harmonijskog oscilatora se može opisati trigonometrijskim ili eksponencijalnim jednačbama.



Kao rješenje opće diferencijalne jednačbe gibanja harmonijskog oscilatora: $k \circ x + m \circ \frac{d^2 x}{dt^2} = 0$ dobiva se (računalni program):

| | |
|---|---|
| opće trigonometrijsko rješenje u realnoj ravnini: $x = A \circ \sin (\omega \circ t + \varphi_0)$ [ili $x = A \circ \cos (\omega \circ t + \varphi_0)$] | opće eksponencijalno rješenje u kompleksnoj ravnini: $x = A \circ e^{i(\omega \circ t + \varphi_0)}$ |
|---|---|

Ako titranje počinje s početnom fazom $\varphi_0 < 0$ faza je $\varphi = \omega \circ t + \varphi_0$, dok je za $\varphi_0 > 0$ faza $\varphi = \omega \circ t - \varphi_0$ (nacrtati).

Na temelju Eulerove formule: $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \circ \sin \varphi$ slijedi: $A \circ [\cos (\omega \circ t + \varphi_0) + i \circ \sin (\omega \circ t + \varphi_0)]$. Deriviranjem se dobiva:

| | |
|--|--|
| $v = \frac{dx}{dt} = A \circ \omega \circ \cos (\omega \circ t + \varphi_0)$ | $v = \frac{dx}{dt} = i \circ \omega \circ A \circ e^{i(\omega \circ t + \varphi_0)}$ |
| $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A \circ \omega^2 \circ \sin (\omega \circ t + \varphi_0) = -\omega^2 \circ x$ | $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 \circ A \circ e^{i(\omega \circ t + \varphi_0)} = -\omega^2 \circ x$ |

Usporedbom rezultata deriviranja s diferencijalnom jednačbom gibanja harmonijskog oscilatora:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 \circ x \text{ (rezultat derivacije)} \Leftrightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} \circ x \text{ (iz diferencijalne jednačbe)} \quad \text{dobiva se } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

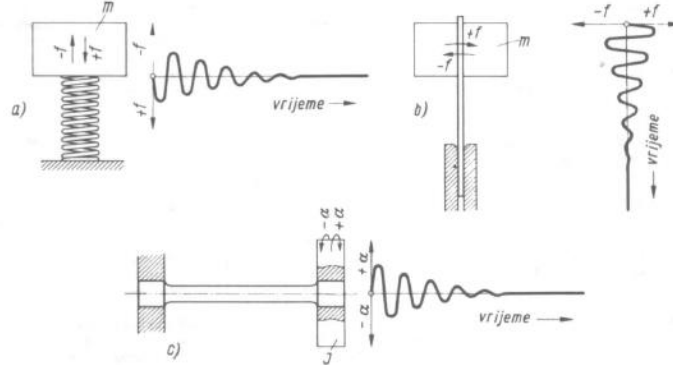
Prema tome, idealni harmonijski oscilator s oprugom (k) i tijelom (m) može se opisati sa: $x = A \circ \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m}} \circ t + \varphi_0 \right)$

5. **Prigušeno titranje**

[Decker 1987, str. 141]

10 Elementi strojeva 2

Ako masu gibljivo spojenu s oprugom izložimo trenutačnom djelovanju sile, ona će početi vibrirati vlastitim prigušenim titrajima (sl. 157). Često se od vibracionog sustava traži određena vlastita frekvencija, kao npr. kod vibracionih sita, njihajućih transportera, vibracionih stolova, vibratora, vagon-skih opruga, opruga motornih vozila i slično.



Slika 157. Titrajni sustavi opruga: a) s tlačnom oprugom; b) sa savojnom oprugom; c) s torzionom oprugom

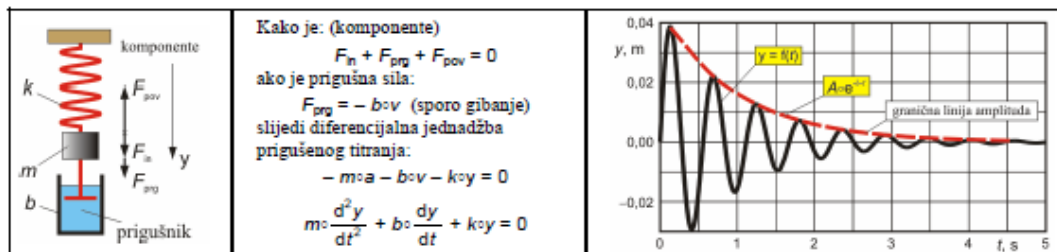
Vlastita frekvencija vlačnih, tlačnih i savojnih opruga

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (109a)$$

vlastita frekvencija torzionih opruga

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{J}} \quad (109b)$$

ν u 1/s = Hz vlastita frekvencija titrajnog sustava.
 c u N/m, Nm/rad specifična sila opruge,
 m u kg masa tijela izložena titranju,
 J u $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ moment tromosti mase tijela izložena rotacionom titranju prema osi vrtnje.



Rješenje diferencijalne jednadžbe prigušenog titranja (oscilatora s oprugom i tijelom) je:

| | | |
|--|---|--|
| $y = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_{prg} \cdot t + \varphi_0)$ <p>(provjeriti)</p> | <p>gdje je: δ - prigušni koeficijent, ω_{prg} - kuma brzina oscilatora sa slabim prigušenjem (u protivnom: $F_{prg} = -b \cdot v$).</p> | $\delta = \frac{b}{2 \cdot m} \quad \omega_{prg} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4 \cdot m^2}}$ |
|--|---|--|

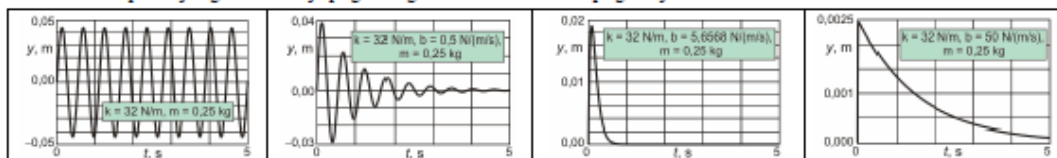
Kuma brzina je kod prigušenog oscilatora (ω_{prg}) manja nego kod idealnog oscilatora (ω).

Kako je eksponent granice linije amplituda s negativnim predznakom, $A \cdot e^{-\delta t}$, slijedi da amplitude tijekom vremena brže opadaju:

- što je veći faktor prigušenja b , (veće unutarnje trenje fluida kojim je napunjen prigušnik)
- što je manja masa m tijela koje titra.

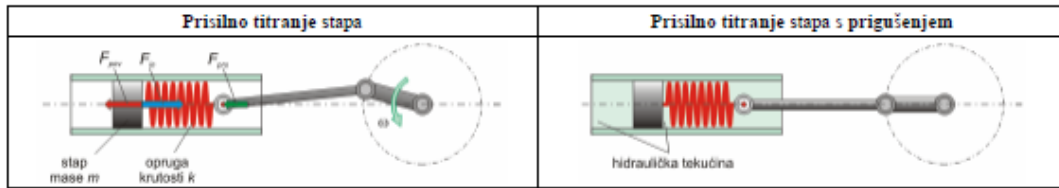
Kritično prigušenje - za $b = 2 \cdot \sqrt{k \cdot m}$ slijedi $\omega_{prg} = 0$, te je $y = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \varphi_0$ - tijelo ne titra nego se vraća u ravnotežni položaj.

Nadkritično prigušenje - za $b > 2 \cdot \sqrt{k \cdot m}$ (drugi je oblik rješenja diferencijalne jednadžbe gibanja oscilatora) tijelo ne titra i još se sporije vraća u ravnotežni položaj nego kod slučaja prigušenog oscilatora s kritičnim prigušenjem.



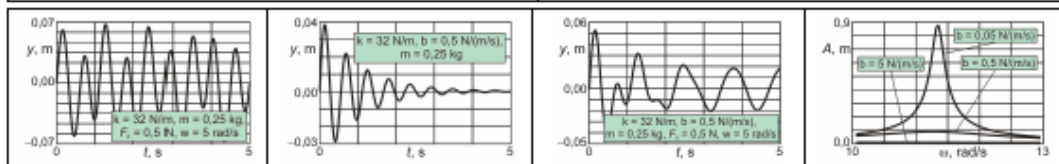
6. Prisilno i prigušeno prisilno titranje

Prisilno titranje je posljedica djelovanja periodičke prisilne sile [$F_{prs,t} = F_{prs,0} \cdot \tau$]:



Ako je sila koja izaziva prisilno titranje: $F_{prs} = F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$, diferencijalne su jednadžbe gibanja oscilatora (stapa):

| | |
|---|---|
| $F_{in} + F_{pov} - F_{prs} = 0$ (bez prigušenja) | $F_{in} + F_{prg} + F_{pov} - F_{prs} = 0$ (s prigušenjem) |
| $m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + k \cdot y - F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) = 0$ | $m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + b \cdot \frac{dy}{dt} + k \cdot y - F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) = 0$ |



Nakon dovoljno dugo vremena, dovedena energija se izjednačava s odvođenom i uspostavlja se stacionarno stanje koje se može opisati s jednadžbom (rješenje diferencijalne jednadžbe gibanja oscilatora).

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Oscilator titra po uspostavljanju stacionarnog stanja s kutnom frekvencijom periodičke prisilne sile (ω) i konstantnom amplitudom:

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b \cdot \omega}{m}\right)^2}} \quad \text{gdje je: } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ pri } b = 0$$

7. Vrste i struktura elastičnih spojeva

Prema prirodi razlikuju se:

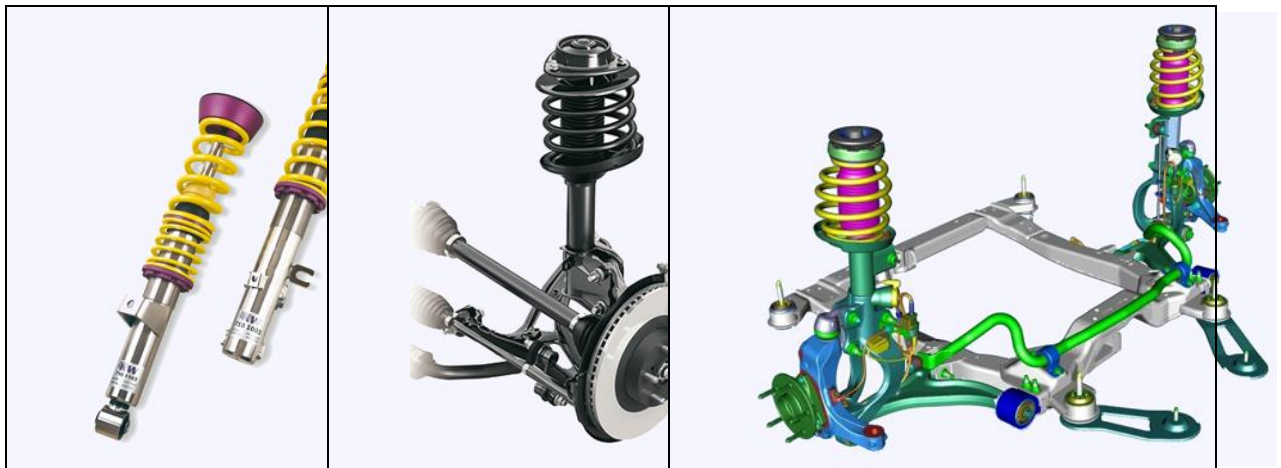


Opruga – element stroja koji prihvaća i ublažava vanjska udarna opterećenja elementa stroja s kojim je opruga spojena.

Amortizer – element stroja koji usporava gibanje elemenata strojeva s kojim je amortizer spojen.

Opruge i amortizeri se ugrađuju i zajednički djeluju kod cestovnih vozila. Kada cestovno vozilo naleti na prag pravokutnog presjeka:

- (a) opruge preko kotača prihvaćaju udarno opterećenje, ublažavaju ga i prenose na ostale dijelove vozila,
- (b) amortizeri usporavanjem uzajamnog gibanja ostalih dijelova vozila u odnosu na kotače svode na prihvatljivi minimum njihanje vozila.



8. **Opruge – definicija i vrste**

Opruga – element stroja koji pod utjecajem vanjskog opterećenja akumulira energiju u obliku elastične potencijalne energije, a po potrebi je vraća okolini u obliku kinetičke energije. U praksi se opruge upotrebljavaju za različite namjene. Primjeri su:

- akumulacija energije (*opruge za pogon mehanizma u satu i u igračkama*),
- prigušivanje udaraca i vibracija (*torzijske opruge u cestovnim vozilima*),
- kao povratni elementi (*opruge u ventilima, spojkama, mjernim instrumentima*),
- mjerenje sila (*vaga s oprugom*),
- raspodjela sila,
- opruge za zatezanje.

Prema obliku razlikuju se:

| OPRUGE | | | |
|---------|---------|------------|----------|
| lisnate | zavojne | tanjuraste | šipkaste |

Prema dominantnom naprezanju razlikuju se:

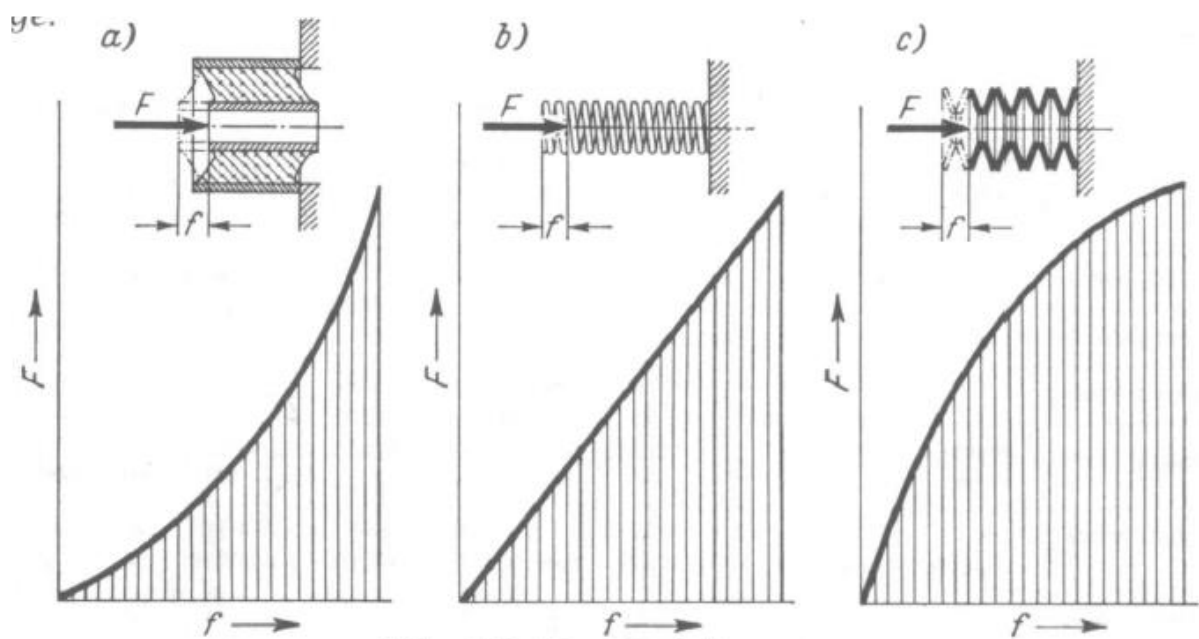
| OPRUGE | | |
|---------|---------------|-----------|
| savojne | vlačno/tlačne | torzijske |

Prema materijalu od koga su izrađene razlikuju se:

| OPRUGE | | |
|---------|-------------|---------|
| metalne | elastomerne | plinske |

Prema karakteristikama razlikuju se:

| OPRUGE | | |
|-------------|----------|------------|
| progresivne | linearne | degresivne |



Slika 156. Karakteristike opruga

a) progresivna gumene opruge; b) ravna cilindrične zavojne opruge; c) degresivna tanjuraste opruge

[Grote 2007, str. 466]

2.5 Gasfedern

Das Prinzip von Gasfedern (Luftfedern) [30–35] beruht auf der Kompressibilität eines in einen Behälter eingeschlossenen Gas-(Luft-)volumens.

Anwendung. Im Kraftfahrzeugbau zur Darstellung nichtlinearer Kennlinien sowie zur Niveauregelung, in Luftkupplungen [31].

Bauarten. Kolben-Luftfeder ähnlich Luftpumpe mit konstantem Querschnitt A und variabler Luftsäulenhöhe. Die Zusammendrückung der Luftsäule h_0 um Weg s bewirkt Druckerhöhung von Druck p_0 (= Innendruck bei $s=0$) auf Enddruck p . Die erforderliche Dichtung für Kolben führt zu einer Reibungskraft und damit zu Energieverlusten. Reibung entfällt bei Rollfelderbälgen **Q1 Bild 42**. Auch Kombination mit Flüssigkeitsdämpfer **Q1 Bild 43**.

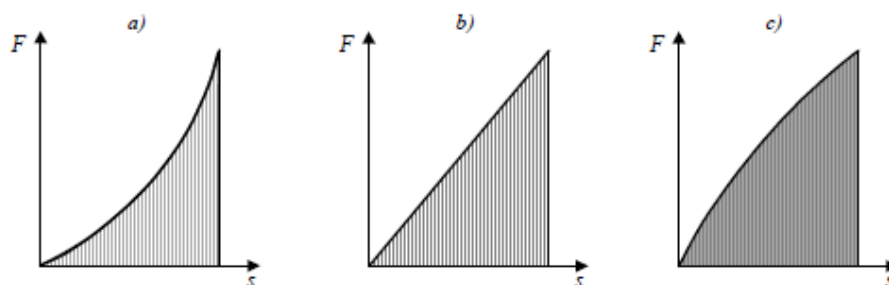
Grundlagen. Zustandsgleichung für Gase $pv^n = \text{const}$, mit absolutem Druck p , spezifischem Volumen v und Polytrophenexponent n nach D7. Für Kolben-Luftfedern ohne Berücksichtigung der Reibung erhält man eine nichtlineare Federkennlinie für Kraftzunahme

$$\Delta F = p_0 A (-1 + 1/(1 - s/h_0)^n).$$

Weitere Angaben: VDI-Richtlinie 2062 Bl. 2 und [30–35].

[Jelaska 2005, str. 121]

Ako se vlačna, tlačna ili savojna opruga optereće silom F , hvatište sile napravi put s koji se naziva *progib*. Slično tome, opruge opterećene torzijskim momentom T zakreću se za kut α koji se naziva *zakretanje opruge*. Progib i kut zakreta se zajedničkim imenom nazivaju *opruženje*. Ovisnost opruženja o opterećenju naziva se *karakteristika opruge*, a može biti linearna, progresivna ili degresivna, slika 6.1.



Slika 6.1: Karakteristika opruge
a) progresivna b) linearna c) degresivna

Karakteristika opruge definirana je omjerom prirasta opterećenja i opruženja koji se naziva *krutost opruge*:

$$c = \frac{dF}{ds} \quad (6.1)$$

$$c_t = \frac{dT}{d\alpha} \quad (6.2)$$

U oprugama s linearnom karakteristikom (slika 6.1b) krutost opruge je konstantna veličina i naziva se *konstanta opruge*:

$$c = \frac{F}{s} \quad (6.3)$$

$$c_t = \frac{T}{\alpha} \quad (6.4)$$

| | | |
|----------|-----------|---|
| c | [N/mm] | krutost opruge za vlačne, tlačne i savojne opruge |
| c_t | [Nmm/rad] | krutost opruge za torzijske opruge |
| F | [N] | opterećenje opruge |
| s | [mm] | progib opruge |
| T | [Nmm] | torzijski moment opruge |
| α | [rad] | zakretanje opruge. |

Prilikom opterećenja opruge silom F ili momentom torzije T , u opruzi se akumulira *radnja opruge*, koji se računa izrazima (6.5) i (6.6). Opruga prilikom rasterećenja predaje akumuliranu radnju umanjenu za udio unutarnjeg trenja u materijalu opruge.

$$W = \int_s F(s) \cdot ds \quad (6.5)$$

$$W_t = \int_\alpha T(\alpha) \cdot d\alpha \quad (6.6)$$

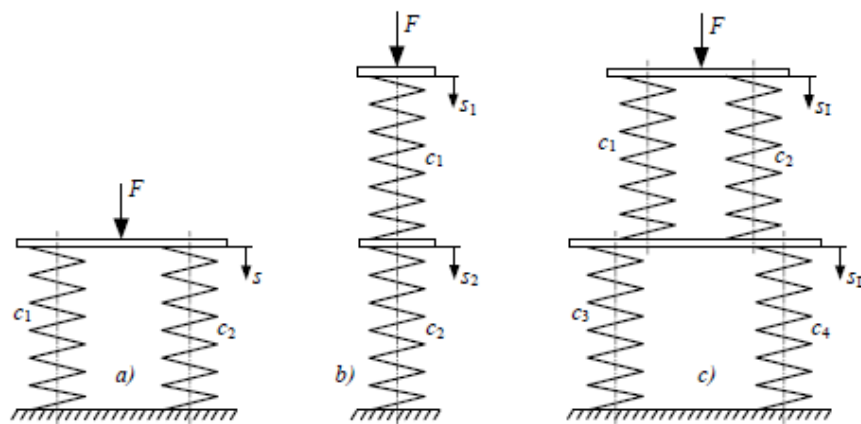
Radnja opruge grafički predstavlja površina ispod karakteristike opruge u dijagramima na slici 6.1. Kod opruga s linearnom karakteristikom (slika 6.1b) radnja opruge iznosi:

$$W = \frac{F}{2} \cdot s \quad (6.7)$$

$$W_t = \frac{T}{2} \cdot \alpha \quad (6.8)$$

W [Nmm] radnja opruge za vlačne, tlačne i savojne opruge
 W_t [Nmm] radnja opruge za torzijske opruge.

U praksi se često susreću primjeri kada je u pojedinom sklopu istovremeno ugrađeno više opruga koje su povezane u takozvani *sustav opruga*, čime se omogućuje tražena funkcija tog sklopa. Pojedine opruge mogu biti povezane u sustav opruga na različite načine, slika 6.2.



Slika 6.2: Sustavi opruga
a) paralelni b) serijski c) kombinirani

a) Paralelni sustavi opruga

Opruge su ugrađene tako da se ukupna sila raspoređuje na pojedine opruge, pri čemu je progib svih opruga jednak. Dakle, u sustavu opruga na slici 6.2a ukupna sila F se raspoređuje na sile F_1 i F_2 ($F=F_1+F_2$), što se može, uzimajući u obzir krutosti opruga c_1 i c_2 , te jedinstveni progib ($s_1=s_2=s$), zapisati i u obliku $c \cdot s = c_1 \cdot s + c_2 \cdot s$. Iz ovoga slijedi da je ukupna konstanta opruge ugrađenih opruga na slici 6.2a jednaka $c = c_1 + c_2$. Slično se može izvesti i za proizvoljan broj opruga, pa tako za n sporedno ugrađenih opruga vrijedi:

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n = \sum_{i=1}^n c_i \quad (6.9)$$

b) Serijski sustavi opruga

Opruge su ugrađene tako da na pojedine opruge djeluje jednako velika sila F . Progibi pojedinih opruga općenito nisu jednaki, te su ovisni o konstantama opruge. U sustavu opruga na slici 6.2b

ukupan progib s jednak je zbroju pojedinih progiba s_1 i s_2 ($s = s_1 + s_2$), što se može, uzimajući u obzir konstante opruga c_1 i c_2 te jedinstvenu silu ($F_1 = F_2 = F$), zapisati i u obliku $F/c = F/c_1 + F/c_2$. Ukupna konstanta opruge serijski ugrađenih opruga na slici 6.2b tako iznosi $1/c = 1/c_1 + 1/c_2$. Sličan izvod bi slijedio i za proizvoljan broj opruga, pa tako za n serijski ugrađenih opruga vrijedi:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \dots + \frac{1}{c_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} \quad (6.10)$$

c) Kombinirani sustavi opruga

U kombiniranim sustavima opruga, opruge su u različitim kombinacijama ugrađene paralelno i serijski. U sustavu opruga na slici 6.2c gornje i donje paralelno ugrađene opruge povezane su u zajednički serijski sustav opruga. Iz gornjeg obrazloženja može se zaključiti kako je ukupna konstanta opruge sustava na slici 6.2c jednaka $1/c = 1/(c_1 + c_2) + 1/(c_3 + c_4)$. Na isti način bi se dobila konstanta opruge s proizvoljnim brojem paralelno i serijski spojenih opruga.

10. Materijali opruga

[Jelaska 2005, str. 124]

Pri odabiru materijala za opruge mora se uzeti u obzir sposobnost oblikovanja i elastična svojstva materijala. Izbor materijala prvenstveno ovisi o uvjetima eksploatacije opruge.

- *Opruge za rad u normalnim uvjetima:* Ako se za ove opruge koristi nelegirani čelik, onda je to najčešće već patentirana žica sa 0,5 do 0,85 % ugljika. *Patentiranje* se izvodi tako da se austenitizirana žica provlači kroz olovnu kupku gdje se izotermno poboljša, a zatim se ohladi na zraku. Obično se nakon toga još hladno gnječi. Poslije izrade (motanja) izvodi se nisko popuštanje. Zbog slabe prokaljivosti nelegirani čelici se koriste samo za manje presjeka, a zbog slabe temperaturne postojanosti za rad na temperaturama samo do 80°C.

Za opruge koje se toplinski obrađuju poslije oblikovanja koriste se čelici legirani silicijem, manganom, kromom i manje vanadijem, uz srednji sadržaj ugljika (0,4 do 0,7 %). Legirni elementi povećavaju prokaljivost, postojanost popuštanju i mehanička svojstva materijala opruge. Silicij se rastvara u feritnoj rešetki, povećavajući čvrstoću materijala, a još više granicu tečenja, koja kod ovakvih materijala može dostići i 90 % vlačne čvrstoće. S druge strane, pri toplinskoj obradi na višim temperaturama, silicij povećava sklonost čelika jakom razugljičavanju i gruboznatosti, pa se na površini dobije čisti ferit koji je neotporan na dinamička naprezanja. Karakteristika mangana je da osim što povećava svojstva čelika isto kao silicij, uzrokuje nejednoliki raspored uključina sulfida i oksida. Valjanjem one zauzmu vlaknasti raspored, pa čelik legiran manganom ima visoku žilavost u uzdužnom smjeru (lisnate opruge).

- *Opruge za rad na povišenim temperaturama:* Kod ovih opruga čelici su legirani prvenstveno kromom (do 1,5 %) koji sa željezom formira kompleksni karbid, te sa drugim elementima (molibden, volfram i vanadij) koji formiraju svoje temperaturno postojeće karbide.
- *Opruge za rad u korozionoj sredini:* Problem korozije najjednostavnije i najjeftinije se rješava izradom opruga iz čelika iz prethodnih skupina, te njihovim oblaganjem antikorozijskim zaštitnim slojem. No, mnogo efikasnije, ali zato i znatno skuplje, je izraditi opruge iz materijala otpornog na koroziju. To su prvenstveno nerđajući čelici, te različite vrste bronci.

U praksi se za opruge najviše upotrebljavaju toplo valjani čelici koji se nakon kaljenja popuštaju, kako bi se povećala žilavost materijala, Tabela 6.1. Najbolja svojstva čvrstoće postižu se upotrebom okrugle žice za opruge koja se izrađuje u različitim razredima kvalitete, Tabela 6.2. Za hladnu izradu opruga postupcima rezanja, prešanja i namotavanja, koriste se hladno valjane čelične trake, tabela 6.3.

Krutost opruge metalnih opruga (6.1) ovisna je, kod vlačnih, tlačnih i savojnih opruga, o modulu elastičnosti materijala opruge E , odnosno o modulu elastičnosti G kod torzijskih opruga. Vrijednosti E i G najčešće korištenih materijala za opruge navodi Tabela 6.4.

Pri dimenzioniranju opruga bitno je da su naprezanja koja nastaju kao posljedica vanjskih opterećenja manja od dopuštenih. Dopusštena opterećenja ovisna su, osim o korištenom materijalu, i o obliku opruge, načinu opterećenja i opasnosti od posljedica koje bi eventualno pucanje opruge prouzročilo. Općenito se dopuštena naprezanja određuju za pojedinu vrstu opruge posebno. Ukoliko takvi podaci nisu na raspolaganju, dopuštena naprezanja opruge mogu se odrediti orijentacijski prema vlačnoj čvrstoći materijala R_m :

[Decker 1987, str. 141]

Uobičajeni materijali za opruge su: kaljivi ugljični čelici, krom čelici, silicijski čelici, silicijmangan čelici, kromvanadij čelici i nerđajući čelici. K tome dolaze obojeni metali: mjed, fosforna bronca, silicijska bronca, novo srebro, nikelin i drugi.

Tablica 52. Kvaliteta i primjeri upotrebe toplo oblikovanih čelika za opruge prema DIN 17221, (JUS C.80.551) [Čelici 38 Si 6, 46 Si 7 i 51 Si 7, (Č. 2130, Č. 2131 i Č. 2132) za kaljenje u vodi, a ostali za kaljenje u ulju]

| Vrst čelika | Stanje obrade ¹⁾ | | | | Primjeri upotrebe | | |
|---|---------------------------------------|-------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------|---|---|
| | U | G | H+A | | | | |
| | tvrdća HB 30 | | σ_f N/mm ² | σ_M N/mm ² | δ_5 % | | |
| Kvalitetni čelici za srednja naprezanja | DIN 38 Si 6 JUS Č. 2130 | 240 | 217 | 1050 | 1200 | 6 | Elastični prsteni i ploče za osiguranje vijaka, tanjuraste opruge, opruge za kultivatore |
| | DIN 46 Si 7 JUS Č. 2131 | 255 | 230 | 1100 | 1300 | 6 | Stožaste opruge, lisnate opruge za vozila na tračnicama, tanjuraste opruge |
| | DIN 51 Si 7 JUS Č. 2132 | 270 | 230 | 1100 | 1300 | 6 | Lisnate opruge za vozila na tračnicama, naročito one koje su strojno zakaljane |
| | DIN 55 Si 7 JUS Č. 2133 | 290 | 235 | 1100 | 1300 | 6 | Lisnate opruge za vozila do 7 mm debele, zavojne opruge, listovi lisnatih opruga, tanjuraste opruge |
| | DIN 65 Si 7 JUS Č. 2331 Č. 2332 | 310 | 240 | 1100 | 1300 | 6 | Lisnate opruge za vozila više od 7 mm debele, zavojne opruge, tanjuraste opruge |
| | DIN 60 Si Mn 5 JUS Č. 2330 | 310 | 240 | 1050 | 1350 | 6 | Lisnate opruge za vozila više od 7 mm debele, zavojne opruge, tanjuraste opruge, prstenaste opruge |
| Kvalitetni čelici za visoka naprezanja | DIN 66 Si 7 JUS Č. 2134 | > 310 | 240 | 1200 | 1400 | 6 | Lisnate opruge, zavojne opruge, ravne torzione opruge ≤ 25 mm promjera |
| | DIN 67 SiCr 5 JUS Č. 4230 | > 310 | 240 | 1350 | 1500 | 5 | Zavojne opruge, prvenstveno opterećene udarno, ravne torzione opruge ≤ 40 mm promjera, ventilске opruge |
| | DIN 50 CrV 4 JUS Č. 4830 | > 310 | 235 | 1200 | 1350 | 6 | Posebno visoko opterećene opruge za vozila, zavojne opruge, elastični prsteni, tanjuraste opruge, ravne torzione opruge ≤ 40 mm promjera |
| | DIN 58 CrV 4 JUS Č. 4831 | > 310 | 235 | 1350 | 1500 | 6 | Posebno visoko opterećene zavojne opruge i ravne torzione opruge najvećih promjera |

¹⁾ U = stanje valjanja, G = meko žareno, H + A = kaljeno i popuštano (Navedene su samo minimalne tvrdoće i čvrstoće).

Metalne opruge opterećene su na vlak, savijanje i torziju. Njihova specifična sila ovisna je kod vlaka i savijanja o modulu elastičnosti E , a kod uvijanja o modulu klizanja G (vidi tablicu 58, strana 145).

Izvanredno velika čvrstoća materijala za opruge omogućuje odgovarajuće visoka naprezanja, tako da opruge mogu biti razmjerno malih dimenzija. Općenito možemo uzeti sljedeća dopuštena naprezanja: $\sigma_{dop} = \tau_{dop} \approx 0,4$ do $0,7 \sigma_M$ pri konstantnoj sili, $\approx 0,3$ do $0,4 \sigma_M$ pri jednosmjerno promjenljivoj sili $\approx 0,2$ do $0,25 \sigma_M$ pri naizmjenično promjenljivoj sili. Dopuštena naprezanja

su međutim ovisna i o obliku opruga, o točnosti poznavanja njihovih mehaničkih svojstava i o opasnosti koju nosi lom opruge.

Visoku čvrstoću dobivaju čelici za opruge kaljenjem, a ako je potrebno, naknadnim posebnim postupcima. Tanke žice pokazuju visoku granicu tečenja ako se samo nisko popuste. Visoke temperature popuštanja i ponovno gašenje povisuje dinamičku izdržljivost. Do povećanja dinamičke izdržljivosti dolazi i prebrušavanjem nakon kaljenja, jer prebrušavanjem skidamo razugljčenu površinu, koja djeluje zarezno. Sačmarenjem pomoću kuglica očvršćava se površinski sloj i povećava dinamička izdržljivost. Poliranje površine ublažuje zarezno djelovanje. Kod visokopterećenih opruga treba vršiti ispitivanja dinamičke izdržljivosti, ili se treba informirati kod proizvođača o mehaničkim svojstvima materijala. Dinamička izdržljivost opruga pada s porastom debljine, kao i kod svakog drugog strojnog dijela. U tablicama 52 do 58 navedeni su standardni čelici za opruge s vrijednostima vlačne čvrstoće i uputama o upotrebi.

Tablica 53. Hladno valjane trake za opruge prema DIN 17222, (JUS C.B3.722) za rezanje, litanje, utiskivanje, sovjanje, namatanje sa kaljenjem u ulju

| Oznaka | σ_s N/mm ² | Primjeri upotrebe | Oznaka | σ_s N/mm ² | Primjeri upotrebe |
|--|---------------------------------|--|---|---------------------------------|---|
| C 53, C 60, C 67 Č. 1630, Č. 1730, Č. 1733 C 75, M 75, M 85 Č. 1832, Č. 1834, Č. 1835 55 Si 7 Č. 2133 | 1200 ... 1450 | mногоstrana, zavisno od trouženih mehaničkih svojstava | Mk 101 Č. 1930 71 Si 7 Č. 2135 | 1800 ... 2400 1900 ... 2400 | Visokopterećene vlačne opruge za satne i pogonske mehanizme |
| 65 Si 7, 60 SiMn 5 Č. 2331, Č. 2330 | 1700 ... 2200 | | 66 Si 7 Č. 2134 | 1800 ... 2300 | |
| Ck 53 (KC 53) Č. 1631 | 1200 ... 1450 | | 67 SiCr 5 Č. 4230 | 1900 ... 2400 | |
| Ck 60 (KC 60) Č. 1731 | 1300 ... 1550 | | 50 CrV 4 Č. 4830 | 1700 ... 2300 | |
| Ck 67 (KC 67) Č. 1735 | 1400 ... 1650 | | 58 CrV 4 Č. 4831 | 1900 ... 2400 | |

Tablica 54. Okrugla žica za opruge prema DIN 17223, (JUS C.B6.012)

| Oznaka | Kratika | Područje promjera | Upotreba |
|---|---------|-------------------|--|
| Patentirano vučena žica za opruge od nelegiranog čelika | A | 0,3 ... 10 mm | vlačne opruge, zavojne fleksione opruge i profilirane opruge za niska mirna i rijetko promjenljiva opterećenja |
| | B | 0,3 ... 17 mm | opruge za mirna i mala promjenljiva opterećenja |
| | C | 0,07 ... 17 mm | visokopterećene vlačne, vlačne i zavojne fleksione i profilirane opruge, također za promjenljivo opterećenje |
| | H | 0,07 ... 2 mm | |
| Poboljšana žica za opruge | FD | 1 ... 14 mm | opruge koje rade u području vremenske čvrstoće ili imaju umjereno trajno dinamičko opterećenje |
| Poboljšana žica za ventilske opruge | VD | 1 ... 7,5 mm | za sve opruge s visokim trajnim dinamičkim opterećenjem |

11. Štapne vlačne opruge [Wittel 2011, str. 307]

Bei einer stabförmigen Zugfeder wird bei Belastung das gesamte Stabvolumen gleich hoch beansprucht, d. h. die Werkstoffausnutzung ist optimal. Der Federweg ergibt sich nach dem Hooke'schen Gesetz aus $s = l \cdot \sigma / E$. Große Federwege lassen sich somit nur mit Federn aus hochfesten Stählen mit hoher Streckgrenze R_e und großer Ausgangslänge l erreichen. Aufgrund des besonders bei größeren Federwegen großen Platzbedarfs ist der Einsatz auf spezielle Anwendungen, z. B. in Kraftmessdosen oder als Bauelement zur Schwingungserregung, begrenzt.

12. Prstenaste opruge [Wittel 2011, str. 307]

Federwirkung, Verwendung

Im Gegensatz zum Zugstab ist bei der *Ringfeder* eine wesentlich günstigere Raumausnutzung gegeben. Die Ringfeder besteht in der Regel aus geschlossenen Außen- und Innenringen, die mit kegeligen Flächen ineinander greifen (**Bild 10-8**). Die axiale Druckkraft setzt sich über die Kegelflächen in Zugspannungen für den Außenring und in Druckspannungen für den Innenring um. Infolge elastischer Verformung schieben sich die Ringe ineinander, die Federsäule verkürzt sich. Die Verkürzung erhöht sich mit der Anzahl der Ringe und bei kleineren Kegelwinkeln γ . Dieser soll etwa 12° (bei bearbeiteten) bis 15° (bei unbearbeiteten Ringen) betragen, um ein Steckenbleiben der Ringe bei Entlastung zu vermeiden (Kegelwinkel $>$ Reibungswinkel). Ringfedern müssen mit mindestens 5...10% des Gesamtfederwegs s vorgespannt eingebaut werden, um eine stabile Lage der einzelnen Ringe zu gewährleisten.

Die Kennlinie der Ringfeder ist eine Gerade. Sie verläuft bei Entlastung jedoch anders als bei Belastung (s. **Bild 10-8b**), da ein Zurückfedern erst dann erfolgt, wenn die Federkraft F auf eine bestimmte Entlastungskraft $F_E \approx F/3$ gesunken ist. Die zum Einfedern aufgebrauchte Energie wird größtenteils als Reibungsarbeit in Wärme umgesetzt.

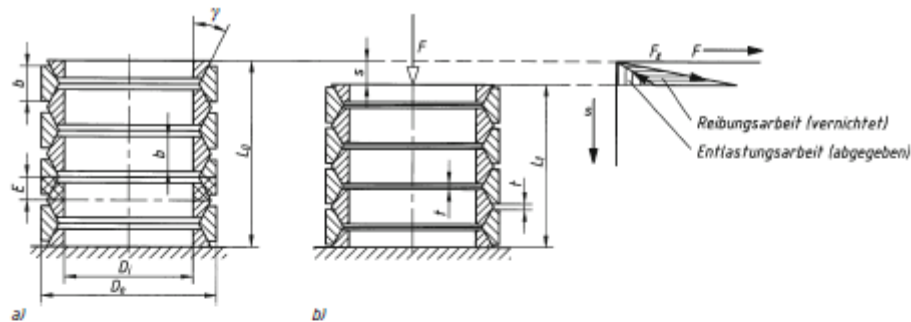


Bild 10-8 a) unbelastete Ringfedersäule aus $z = 7$ ganzen und 2 halben (=9) Ringen bzw. 8 Elementen (E gilt als ein Element), Ringbreite $b \approx D_e/5$, b) belastete Feder mit Kennlinie; Sicherheitsspalt $t \approx (D_e + D_i)/200$ bei bearbeiteten Ringen

Da durch erhebliche Reibung viel mechanische Energie in (abzuführende) Wärme umgewandelt wird und die dadurch bedingte Dämpfung je nach Schmierung bis zu 70% betragen kann, eignen sich Ringfedern besonders als Pufferfedern. Sie werden außerdem als Überlastungsfedern in schweren Pressen, Hämmern und Werkzeugen eingebaut. Dabei kann besonders die hohe Energieaufnahme auf geringstem Raum ausgenutzt werden (**Bild 10-9**). Die Federn sind gegen Feuchtigkeit und Staub zu schützen, um die Schmierwirkung nicht zu verschlechtern. Ringfedern werden mit Außendurchmessern $D_e = 18 \dots 400$ mm und für Endkräfte von $F_B \approx 5 \dots 1800$ kN bei Federwegen $s = 0,4 \dots 7,6$ mm je Element geliefert.

Berechnung

Die Auslegung der nicht genormten Ringfedern, d. h. die Festlegung der Bauabmessungen, Anzahl der Ringe usw. erfolgt zweckmäßigerweise nach Angaben des Herstellers.

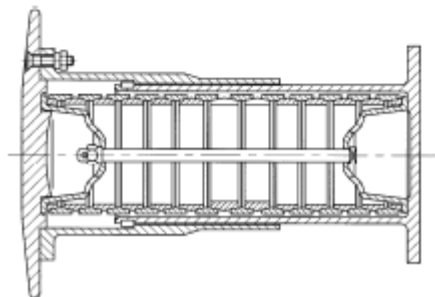


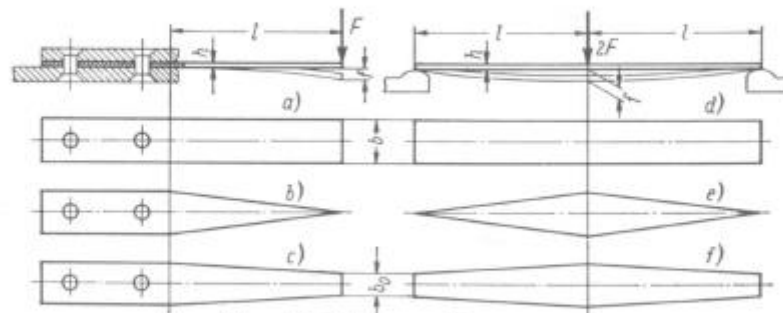
Bild 10-9 Ringfeder als Hülsenpuffer mit geschlitzten Innenringen zum Erzeugen einer progressiven Kennlinie (Werkbild Ringfeder GmbH)

13. **Savojne lisnate opruge**
[Decker 1987, str. 144]

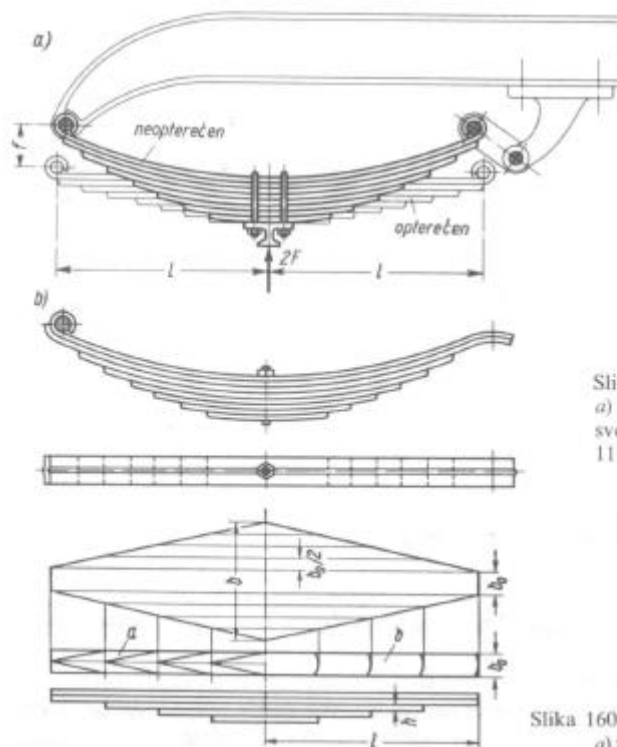
Jednostavne jednokrake i dvokrake lisnate opruge (sl. 158) uzimaju se npr. kao potisne opruge zasuna, zatega, skakalica ustavljača, kao kontaktne opruge u sklopkama i slično.

Lisnate opruge u sloju (sl. 159) služe prvenstveno za opruženje cestovnih vozila i vozila na tračnicama. One pretvaraju kratke tvrde udare vozne štaze u duge mekane prigušene titraje. Lisnata opruga u sloju nastaje od dvokrakih

trapeznih listova različite dužine, koji se slažu jedan na drugi (sl. 160). Listovi opruge izrađuju se od valjanog plosnatog čelika za opruge DIN 4620 (JUS C.B3.025) ili DIN 1570 (JUS C.B3.031). Uobičajene oblike presjeka vidi na sl. 161. standardne završetke listova opruga za vozila na tračnicama DIN 5542, te sedlaste ploče za vješanje opruga DIN 5543.



Slika 158. Jednostavne lisnate opruge
a) jednokraka pravokutna; b) jednokraka trokutna; c) jednokraka trapezna;
d) dvokraka pravokutna; e) dvokraka trokutna; f) dvokraka trapezna

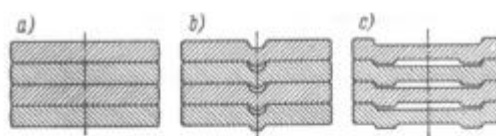


Slika 159. Lisnate opruge u sloju
a) držač sa stremenom; b) držač sa svornjakom u sredini, prema DIN 11747 (lisnate opruge za teška kola s gumenim kotačima)

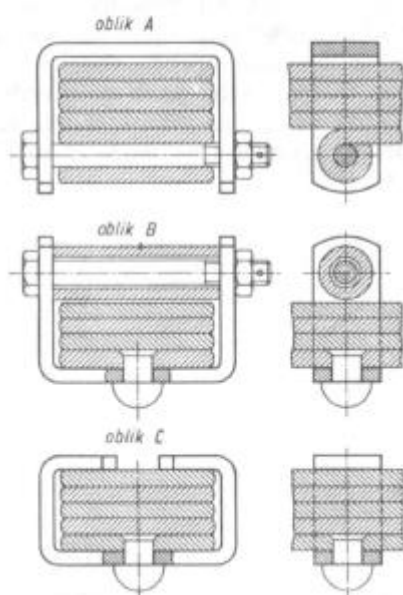
Slika 160. Nastajanje sloja lisnate opruge
a) teoretski oblik; b) praktički oblik

22 Elementi strojeva 2

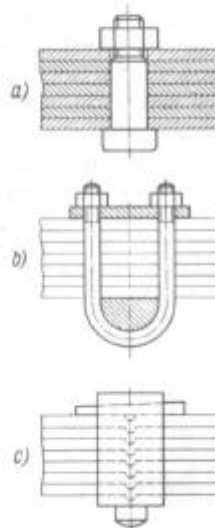
Slika 161. Presjeci lisnate opruge
 a) pravokutnik DIN 1544 (JUS C.B3.530); b) s rebrom u sredini DIN 1570 (JUS C.B3.031); c) Krupp-profil



Glavni list, kao najgornji najduži list, savijen je na krajevima oko svornjaka ležišta. Protiv poprečnog pomaka osiguran je profilom samog presjeka (sl. 161b i c) ili *stremenom* (sl. 162). Svežanj listova mora se u sredini povezati, da bi se opterećenje sigurno prenijelo na sve listove. Nekoliko *držača svežnja listova* pokazuje sl. 163.



Slika 162. Spone za opruge prema DIN 4621



Slika 163. Držači svežnja listova
 a) sa svornjakom u sredini; b) sa stremenima; c) s klinom i izbočinom u sredini lista

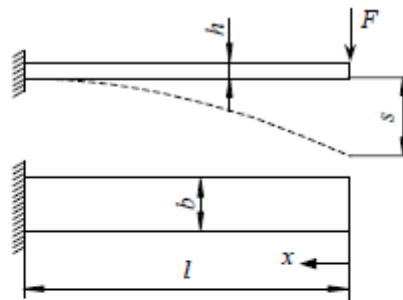
14. Usvajanje savojne lisnate opruge

[Jelaska 2005, str. 125]

Najjednostavniji primjer ovakve opruge je konzolno učvršćena lisnata opruga pravokutnog presjeka, slika 6.4. Ako je opruga opterećena silom F koja djeluje na kraju opruge, moment savijanja na proizvoljnom mjestu iznosi $M_x = F \cdot x$. Najveći moment savijanja $M_s = F \cdot l$ nastaje na mjestu učvršćenja i ima odlučujući utjecaj pri dimenzioniranju opruge. Obzirom da su širina opruge b i debljina h po čitavoj dužini jednake ($W_f = \text{konst}$), zbog promjenljivog momenta savijanja mijenja se i naprezanje, pa materijal nije optimalno iskorišten. Zbog toga se ovakve opruge u praksi koriste samo za mala opterećenja, prvenstveno u preciznoj mehanici kao dodime opruge u raznim sklopkama ili pritisne opruge za kvake i slično. Za izradu ovakvih opruga prvenstveno se upotrebljavaju hladno valjane čelične trake prema DIN 17222 (tabela 6.3) i legure bakra prema Din 17670. Progib opruge na mjestu djelovanja sile iznosi:

$$s = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3} \quad (6.13)$$

| | | |
|-----|----------------------|--|
| s | [mm] | progib opruge |
| F | [N] | opterećenje opruge |
| l | [mm] | dužina opruge |
| E | [N/mm ²] | modul elastičnosti materijala opruge, Tabela 6.4 |
| b | [mm] | širina opruge |
| h | [mm] | debljina opruge |



Slika 6.4: Konzolno učvršćena savojna opruga s konstantnim presjekom

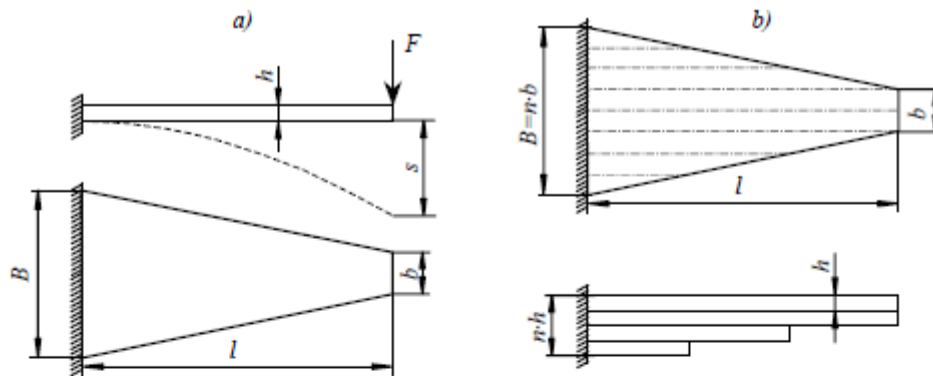
Naprezanje na savijanje σ_s opruge računa se poznatim izrazom

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W_y} = \frac{6 \cdot F \cdot l}{b \cdot h^2} \leq \sigma_{s \text{ dop}} \quad (6.14)$$

M_s [Nmm] najveći moment savijanja; $M_s = F \cdot l$
 W_y [mm³] aksijalni moment otpora poprečnog presjeka opruge oko horizontalne osi y ,
 $W_y = b \cdot h^2 / 6$
 F, l, b, h vidi izrazu (6.13)
 $\sigma_{s \text{ dop}}$ [N/mm²] dopušteno naprezanje na savijanje materijala opruge,
 poglavlje 6.2.

6.3.2 Lisnata opruga jednake čvrstoće

Jako opterećene opruge i opruge za cestovna i šinska vozila oblikovane su tako da je uzduž opruge naprezanje na savijanje približno konstantno. To znači da se moment otpora na savijanje presjeka opruge mijenja približno u istom odnosu kao i moment savijanja. Ako je poprečni presjek opruge pravokutnik s momentom otpora na savijanje $W_y = (b \cdot h^2) / 6$, za postizanje gornje pretpostavke mora se uzduž opruge mijenjati širina b ili debljina h . Zbog jednostavnije izrade opruzi se obično u praksi mijenja širina b , tako da se dobiva lisnata opruga "jednake čvrstoće", slika 6.5a. Ako se ova opruga razreže po širini na n jednakih listova koji se polože jedan na drugoga, dobiva se lisnata opruga jednake čvrstoće u sloju, slika 6.5b. Ako se upotrijebe dvije lisnate opruge i krajevi pojedinih listova odgovarajuće oblikuju dobiva se praktički oblik lisnate savojne opruge u sloju (slika 6.6), tzv. gibanj, koji se često upotrebljava u cestovnim i šinskim vozilima. Njegovo dobro svojstvo je što ublažava udare zbog neravnog kolnika, što povoljno utječe na vožnju vozila.



Slika 6.5: Konzolno učvršćena lisnata opruga s promjenjivim presjekom
a) lisnata opruga jednake čvrstoće b) nastajanje gibnja

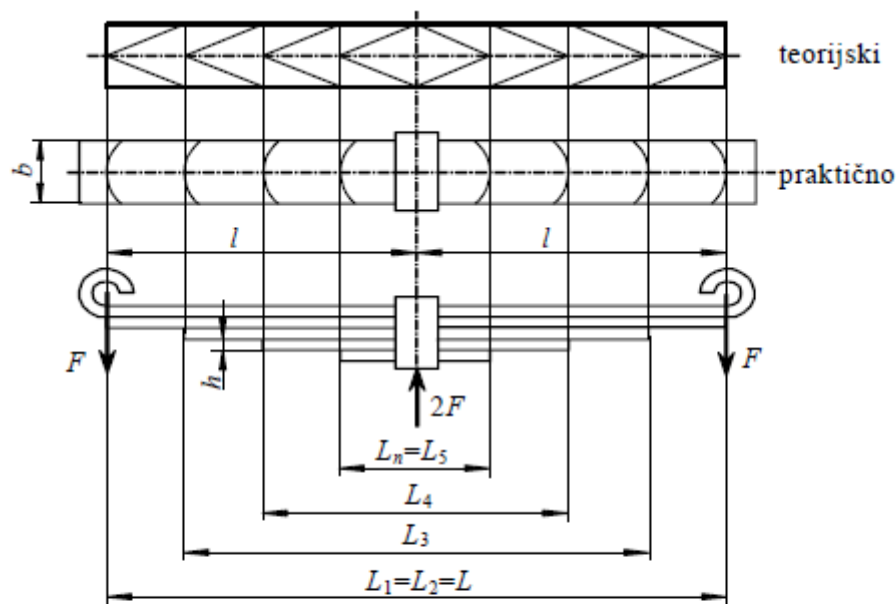
Tabela 6.5 Debljina h i širina b listova lisnatih opruga prema DIN 4620

| h [mm] | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 | 5,5 | 6 | 6,5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 16 | 20 | | | | |
|-------------------|------------------|-----|-------------------|-----|----|-------------------|----|-----|-------------------|----|----|-----|-------------------|-----|-----|--------------------|----|--------------------|--|--------------------|--|
| b [mm] | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 140 | | | | | | |
| $h \times b$ [mm] | 3 × (35 ... 50) | | 3,5 × (35 ... 60) | | | 4 × (35 ... 70) | | | 4,5 × (35 ... 70) | | | | 5 × (35 ... 90) | | | 6 × (35 ... 140) | | 6,5 × (35 ... 140) | | 7 × (40 ... 140) | |
| | 8 × (40 ... 140) | | 9 × (40 ... 140) | | | 10 × (40 ... 140) | | | 11 × (60 ... 140) | | | | 12 × (60 ... 140) | | | 14 × (110 ... 140) | | 16 × (110 ... 140) | | 20 × (110 ... 140) | |

Lisnate opruge izrađuju se prvenstveno od toplo valjanih čelika za opruge prema DIN 17221, Tabela 6.1. Debljina listova h i širina listova b lisnatih opruga standardizirane su prema DIN 4620 i navedene u Tabeli 6.5. Dužina pojedinih listova određuje se pomoću Slike 6.6, pri čemu se polazi od dužine donjeg lista L_n koji mora zbog učvršćivanja biti nešto duži:

$$L_n = \frac{L}{n-1} + a \quad (6.15)$$

- L [mm] dužina gornja dva lista; $L=L_1=L_2$
 n broj ostalih listova
 a [mm] dodatak za donji list; $a \approx 25 \dots 40$ mm



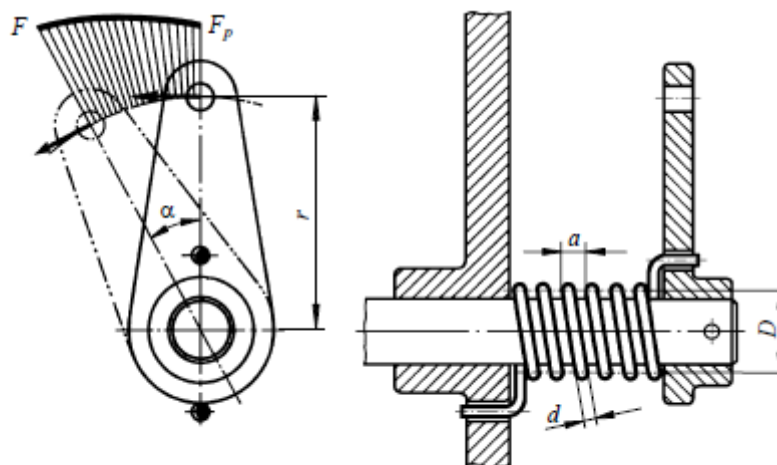
Slika 6.6 Lisnata savojna opruga

Kako prilikom rada opruge ne bi došlo do poprečnog zamicanja, listovi su primjerno oblikovani i pričvršćeni posebnim prstenom; slika 6.7. Osim toga, listovi su po sredini opruge međusobno povezani odgovarajućim elementom za pričvršćivanje (slika 6.8), čime se osigurava jednakomjeran raspored opterećenja koje djeluje na pojedine listove. Kao što je vidljivo iz slike 6.6, gornji list je nešto produžen i oblikovan tako da se opruga može primjerno pričvrstiti. Pri tome su na raspolaganju brojne konstrukcijske mogućnosti, slika 6.6.

15. **Zavojna opruga s uvijanjem**

[Jelaska 2005, str. 121]

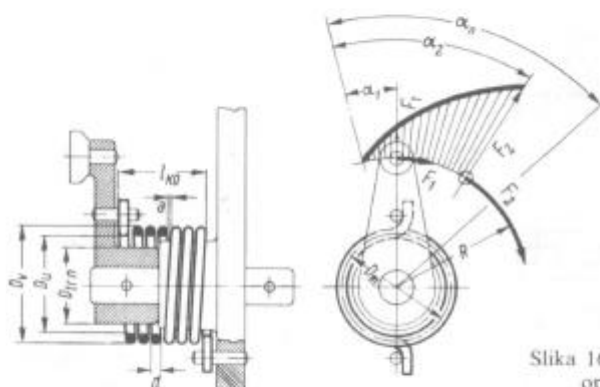
Zavojna fleksiona opruga se upotrebljava prvenstveno kao povratna opruga u raznim ručicama i poklopcima. Jedan kraj opruge fiksno je učvršćen na odgovarajuće kućište ili konzolu, a drugi kraj je pokretan skupa s ručicom ili poklopcem, slika 6.10. U osnovnom položaju opruga ima prednaprezanje silom F_p , koje pritišće ručicu ili poklopac na odgovarajući naslon. Prilikom aktiviranja opruge sila F_p se povećava na radnu silu F , koja osigurava okretanje ručice za željeni kut α ili otvaranje poklopca. Nakon rasterećenja opruga je opet opterećena silom F_p .



Slika 6.10: Zavojna fleksiona opruga kao opruga za okretanje

[Decker 1987, str. 148]

Zavojne fleksione opruge su namotane u obliku zavojnice, a opterećene su na savijanje (sl. 164). Najčešće se upotrebljavaju za povratni hod poluga. Jedan kraj opruge mora biti ovješten na poluzi, a drugi kraj na ležaj opruge koji miruje. U početnom položaju opruga je predopterećena i pritiskuje polugu na graničnik (naslon). DIN 2088 (Proračun i konstrukcija zavojnih fleksionih opruga), među ostalim kaže: Ako je zavojna fleksiona opruga vođena na jednom svornjaku (svornjak ili glavina kao na sl. 164), treba paziti da između opruge i vodilice ostane dovoljno zračnosti (da se opruga pri okretanju ne stisne na vodilicu). Kao približnu vrijednost za promjer trna može se uzeti $D_{trn} = 0,8$ do $0,9 D_u$ a za tuljak $D_{tulj} = 1,1$ do $1,2 D_v$.

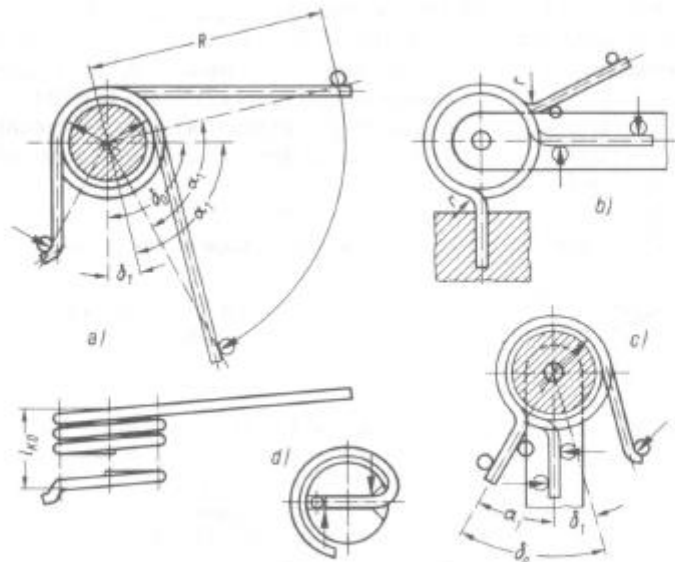


Slika 164. Zavojna fleksijska opruga kao opruga za povratni hod poluge

U interesu ekonomične proizvodnje treba težiti za što jednostavnijom konstrukcijom krakova, tj. tangencijalno oblikovanim krakovima (sl. 165a). S obzirom na mogućnost dovoljno točnog proračunavanja treba težiti za čvrstim upinjanjem krakova (sl. 165b do d). Kao čvrsto upinjanje vrijedi svako upinjanje koje unosi par sila. Najmanji unutarnji polumjer savijanja r na krakovima ne treba da bude manji od promjera žice d (sl. 165b).

Treba nastojati da odnos namatanja bude $w = D_{sr}/d = 4$ do 15 , u iznimnim slučajevima $w = 3$. Da bi se izbjegle sile trenja, ne smiju ni kod ograničenih ugradbenih duljina navoji nalijegati stegnuto jedan uz drugi. Ako iz konstrukcijskih razloga treba ispuniti veći ugradbeni prostor, onda se to ne ostvaruje pomoću velikog uspona navoja; bolje je smanjenjem srednjeg promjera D_{sr} i odgovarajućim povećanjem broja navoja i_r .

Zavojne opruge treba uvijek opterećivati u smjeru zavojnice opruge, tako da je vanjska strana navoja opterećena na vlak. Kod obratnog, otvarajućeg okretanja, postoji zbog vlastitih naprezanja opruge sklonost popuštanju elastičnih svojstava ili puzanju.



Slika 165. Izvedba krakova i držača zavojnih fleksijskih opruga prema DIN 2088
 a) s tangencijalnim krakovima, bez upinjanja (nepovoljno); b) čvrsto upeti krakovi (povoljno); c) mirujući krak čvrsto upet, pomičan krak nije upet (nepovoljno, bolje obratno); d) u svornjaku ili trnu čvrsto upet krak (povoljno)

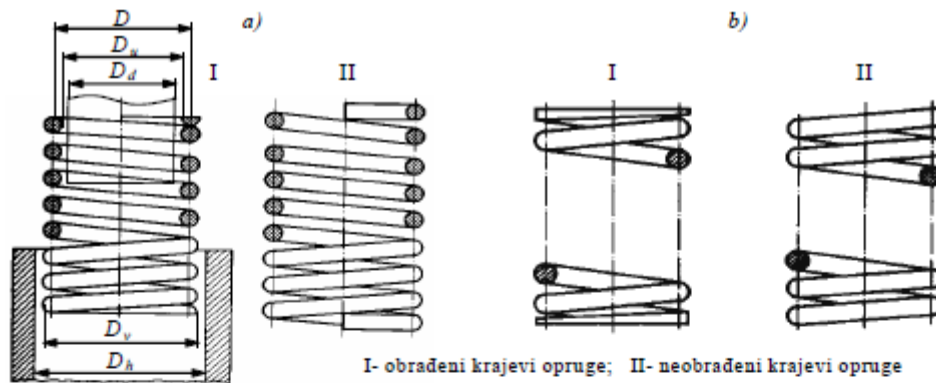
Opruge do 12 mm debljine žice namataju se hladno, a preko 12 mm toplo, zbog prevelikih sila za namatanje.

16. Usvajanje zavojne opruge s uvijanjem [Jelaska 2005, str. 131]

Zavojna torzijska opruga nastaje kad se žica namotava u obliku zavojnice na cilindar (cilindrične zavojne opruge) ili na stožac (konične zavojne opruge). Presjek žice obično je okrugao, iako se u praksi upotrebljavaju i zavojne torzijske opruge s pravokutnim presjekom. U nastavku su detaljno obrađene samo cilindrične zavojne torzijske opruge s okruglim presjekom, koje su praksi i najviše upotrebljavaju. Obzirom na smjer opterećenja dijele se na *tlačne* i *vlačne* zavojne torzijske opruge.

Tlačne zavojne torzijske opruge

U tlačnim zavojnim torzijskim oprugama opterećenje djeluje u aksijalnom smjeru tako da se opruga tlači (njena dužina se prilikom opterećenja smanjuje). Obzirom da postoji opasnost od loma, prvenstveno kod dužih opruga, opruge su vođene sa svornjakom za vođenje promjera D_d (unutarnje vođenje) ili s čahurom za vođenje s promjerom D_h (vanjsko vođenje), slika 6.17. Vrijednosti D_d i D_h za neke standardne opruge navodi tabela 6.14. Za sve ostale opruge može se prilikom unutarnjeg vođenja uzeti $D_d \approx (0,8 \dots 0,9) \cdot D_n$, gdje je D_n unutarnji promjer opruge, a prilikom vanjskog vođenja $D_h \approx (1,1 \dots 1,2) \cdot D_n$, gdje je D_n vanjski promjer opruge. Tlačne zavojne torzijske opruge mogu se izrađivati u hladnom ili toplom stanju.



Slika 6.17: Tlačna zavojna torzijska opruga

a) hladno oblikovana prema DIN 2095 b) toplo oblikovana prema DIN 2096

Hladno oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge motaju se na hladno, prvenstveno od okrugle žice za opruge prema DIN 17223 (tabela 6.2), a također i od nehrđajućeg čelika prema DIN 17224 i legura bakra DIN 18672. Kao što pokazuje slika 6.17a, opruge mogu na oba kraja biti dodatno obrađene (izvedba I – opruga naliježe na naliježnu plohu po čitavom obodu opruge) ili neobrađene (izvedba II – opruga naliježe samo po dijelu oboda opruge na naliježnu površinu). Općenito se izvedba II upotrebljava samo za promjere žice $d < 1$ mm, odnosno kod omjera navoja $e = D/d > 15$. U obje izvedbe potrebno je uzeti u obzir da krajnji navoji, koji se oslanjaju jedan na drugog, nemaju opružnih svojstava kao ostali navoji. Zbog toga mora broj svih navoja i_w imati nešto veći broj aktivnih navoja i_a , koji sudjeluju u opruženju.

Za hladno oblikovane opruge vrijedi:

$$i_w = i_a + 2 \quad (6.46)$$

i_w ukupni broj navoja
 i_a broj aktivnih navoja

Konstruktivna izvedba hladno oblikovanih tlačnih zavojnih torzijskih opruga standardizirana je prema DIN 2095. Za ove opruge vrijede sljedeća konstruktivna ograničenja:

- promjer žice: $d \leq 17$ mm
- srednji promjer navoja: $D \leq 200$ mm
- dužina neopterećene opruge: $L_0 \leq 630$ mm
- broj aktivnih navoja: $i_a \geq 2$
- indeks opruge: $e = D/d = 4 \dots 20$

Tabela 6.14. navodi standardne veličine hladno oblikovanih tlačnih zavojnih torzijskih opruga prema DIN 2098, izrađenih od okrugle žice za opruge kvalitete C ili D (vidi tabelu 6.2). U tabeli su osim geometrijskih dimenzija navedene i opružna konstanta c i dopuštena sila opruge F_n .

Toplo oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge izrađuju se na toplome, prvenstveno od toplo valjanih čelika za opruge prema DIN 17221, Tabela 6.1. Standardni promjeri okruglih šipki

jednaki su kao za okrugle torzijske šipkaste opruge (6.5.1), te ih navodi tabela 6.12. Za ove opruge vrijede prema DIN 2096 slijedeća konstrukcijska ograničenja:

| Konstrukcijska veličina | Male serije (do 5000 komada) | Velike serije (preko 5000 komada) |
|---------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| Promjer šipke d [mm] | 8 ... 60 | 9 ... 18 |
| Vanjski promjer D_v [mm] | ≤ 460 | ≤ 180 |
| Dužina neopterećene opruge L_0 [mm] | ≤ 800 | ≤ 600 |
| Broj aktivnih navoja i_a | ≥ 3 | 5 ... 12 |
| Indeks opruge $\epsilon = D/d$ | 3 ... 12 | 6 ... 12 |

I ove opruge moraju na krajevima biti dodatno obrađene ili neobrađene (izvedbe I i II na slici 6.17b). Ukupan broj navoja i_u je:

$$i_u = i_a + 1,5 \quad (6.47)$$

I hladno i toplo motane tlačne zavojne torzijske opruge u pravilu su desno motane. Radi dobrog centriranja opruge ukupan broj navoja i_u u oba slučaja mora biti zaokružen na 0,5 (npr. 5,5; 6,5; 7,5; itd.). Iz izraza (6.46) i (6.47) proizlazi da je broj aktivnih navoja i_a u hladno motanih opruga također zaokružen na 0,5, dok je u toplo oblikovanim oprugama cijeli broj.

Odnose prilikom opterećenja tlačne zavojne torzijske opruge (hladno ili toplo oblikovane) prikazuje slika 6.18. Najmanja dopuštena dužina opruge L_n , koja nastaje pri najvećoj dopuštenoj sili F_n , odnosno najvećem dopuštenom progibu s_n , iznosi:

$$L_n = L_B + S_a \quad (6.48)$$

L_n [mm] najmanja dopuštena dužina opruge

L_B [mm] dužina potpuno sabijene opruge, izraz (6.49)

S_a [mm] suma minimalnih udaljenosti među pojedinim navojima, izrazi (6.50) i (6.51).

Dužina potpuno sabijene opruge je ona dužina kod koje pojedini navojci dodiruju jedan drugoga. Računa se prema izrazu:

$$L_B = k_i \cdot d \quad (6.49)$$

L_B [mm] blokirana dužina opruge prema izrazu

d [mm] promjer žice (šipke)

k_i koeficijent navoja (i_u je broj svih navoja)

$k_i = i_u$ hladno oblikovane opruge s obrađenim krajevima

$k_i = i_u + 1,5$ hladno oblikovane opruge s neobrađenim krajevima

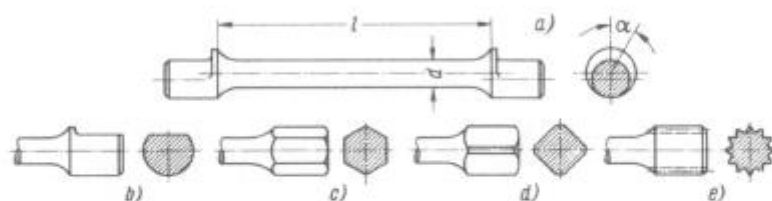
$k_i = i_u - 0,3$ toplo oblikovane opruge s obrađenim krajevima

$k_i = i_u + 1,1$ toplo oblikovane opruge s neobrađenim krajevima.

17. Šipkaste opruge s uvijanjem

[Decker 1987, str. 150]

Ravne torzione opruge (sl. 167) upotrebljavaju se kao prigušivači torzionih vibracija (npr. zglobova vratila na motornim vozilima), za mjerenje sila pritezanja kod momentnih ključeva, elastičnih spojki i slično. One djeluju opružno zakretanjem stanjenog struka opruge (vidi 3.3.). Razna učvršćenja krajeva prikazuje sl. 167. Kod krajeva sa trokutastim ozubljenjem moguće je premještanje od zuba do zuba (trokutasto ozubljenje vidi u 2.3.4.).



Slika 167. Ravna torziona opruga s raznim završecima za upinjanje
a) ekscentar; b) plosnati dio; c) šesterokut; d) četverokut; e) trokutast profil

Tablica 60. Orijentacione vrijednosti za dopuštena torziona naprezanja (N/mm^2) opruga od okruglih šipki 50 CrV 4, (Č. 4830)

| Površina | Opterećenje | τ_{dop} za d mm | | | | |
|----------|------------------------------|----------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| | | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| brušena | promjenljivo jednosmjerno | 200 | 190 | 180 | 140 | 90 |
| | | 400 | 380 | 360 | 280 | 180 |
| tlačena | promjenljivo jednosmjerno | 300 | 290 | 260 | 250 | 190 |
| | | 600 | 580 | 520 | 500 | 380 |

Zbog zareznog djelovanja na mjestima učvršćenja krajevi opruge su pojačani, a prijelaz na struk pažljivo je zaobljen. Naknadno valjanje struka (sačmarenje pomoću kuglica) ili fino brušenje povisuje dinamičku izdržljivost. Materijal je najčešće 50 CrV 4 (Č. 4830), sa $\sigma_M \approx 1500 \text{ N/mm}^2$. Standardne promjere šipkastih opruga vidi u tablici 56, str. 144, a dopuštena naprezanja vidi u tablici 60 str. 151).

Proračun prema DIN 2091:

$$\text{Torziona naprezanje} \quad \tau = T/W_t \quad (120)$$

$$\text{kut elastičnog uvijanja} \quad \alpha = \frac{T \cdot l}{I_t \cdot G} \quad (121)$$

τ u N/mm^2 torziona naprezanje u presjeku štapa $\leq 700 \text{ N/mm}^2$,
 T u N mm okretni moment opruge,
 W_t u mm^3 moment otpora presjeka štapa pri uvijanju $\approx 0,2 d^3$,
 α u rad kut elastičnog uvijanja (opruženja),
 l u mm duljina struka opruge,
 I_t u mm^4 moment inercije pri uvijanju $\approx 0,1 d^4$,
 G u N/mm^2 modul klizanja materijala opruge (tablicu 58, str. 145).

18. Spiralne opruge

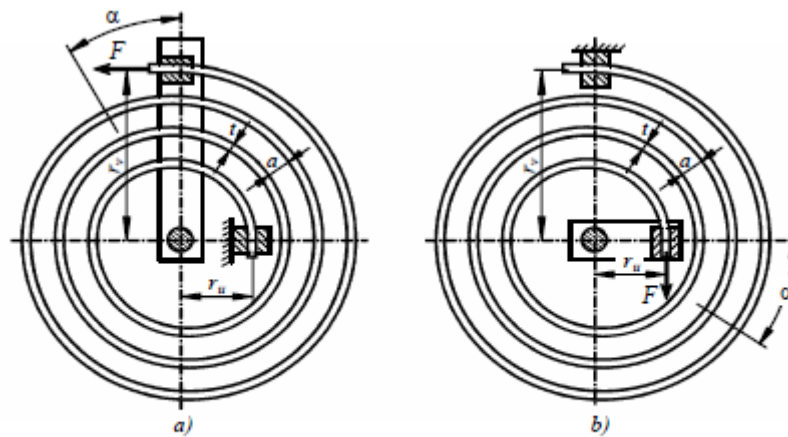
[Jelaska 2005, str. 129]

Spiralne opruge su savojne opruge namotane u obliku Arhimedove spirale, slika 6.12. Za izradu spiralnih opruga najčešće se upotrebljavaju okrugla žica za opruge prema DIN 17223 (tabela 6.2) i čelične trake od toplo valjanog čelika za opruge prema DIN 17211, tabela 6.1. Općenito se ove opruge koriste kod satnih mehanizama, kazaljki mjernih instrumenata, elastičnih spojki i slično.

Krajevi spiralnih opruga vođeni su s odgovarajućim nastavcima, pri čemu opterećenje djeluje samo na vanjskom (slika 6.12a) ili samo na unutarnjem kraju (slika 6.12b). Pri opterećenju opruge pojedini navoji jednakomjerno se pomiču prema središtu opruge, tako da razmak između navoja ostaje čitavo vrijeme jednak za sve navoje. Ovisno o broju navoja i udaljenosti među njima, takva opruga može se okrenuti za vrlo velike kutove (α za više navoja). Pri tome među navojima mora još uvijek ostati određena zračnost jer bi u slučaju doticanja navoja nastali preveliki gubici zbog trenja.

Pri opterećenju opruge silom F , opruga se okrene za kut α , koji se računa pomoću izraza

$$\alpha = \frac{M \cdot l}{E \cdot I} = \frac{F \cdot r \cdot l}{E \cdot I} \quad (6.29)$$

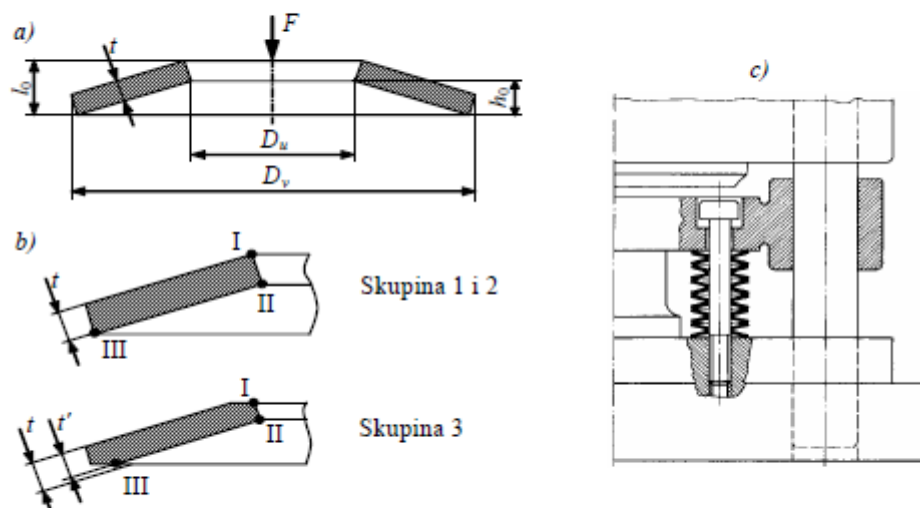


Slika 6.12: Spiralna opruga

a) opterećenje na vanjskom kraju b) opterećenje na unutarnjem kraju

19. **Tanjuraste opruge sa sabijanjem/razvlačenjem**
[Jelaska 2005, str. 130]

Tanjuraste opruge su konično oblikovani metalni prstenovi koji prenose opterećenja u aksijalnom smjeru, slika 6.14a. Najčešće se upotrebljavaju kao pritiski elementi u valjnim ležajevima, kao elementi upravljanja ventilima, prigušivači vibracija u strojevima za obradu i svugdje tamo gdje su zahtijevani manji progibi opruge pri velikim pogonskim silama.



Slika 6.14: Tanjurasta opruga

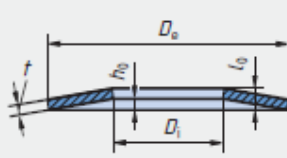
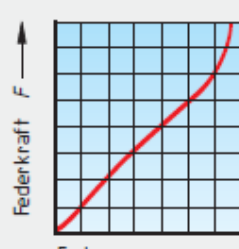
a) osnovne konstrukcijske veličine b) konstrukcijske izvedbe c) primjer upotrebe

Ako se želi postići veći progib opruge, naniže se više tanjura u stupac opruge, ali suprotno okrenutih, slika 6.14c. Pri tome tanjuri mogu u stupac biti razmješteni u različitim

kombinacijama, tabela 6.7. U takvim slučajevima potrebno je razlikovati parametre stupca opruge (sila stupca F_s , progib stupca s_s , dužina neopterećenog stupca L_0) od parametara pojedine opruge (sila pojedine opruge F , progib neopterećenog tanjura s , visina pojedinog neopterećenog tanjura h_0). Iz tabele 6.7 je vidljivo da se povećanjem broja suprotno okrenutih tanjura povećava ukupan progib opružnog stupca, uz nepromijenjeno opterećenje. S druge strane, s povećanjem broja tanjura u pojedinom paketu uz nepromijenjen ukupan progib, opteretivost opruge se proporcionalno povećava. Koja mogućnost će se odabrati ovisi o konstrukcijskim zahtjevima korištenog stupca opruga.

Prilikom ugrađivanja tanjurastih opruga u stupac opruga potrebno je uzimati u obzir kako se dopuštena odstupanja pojedinih opruga zbrajaju, što može kod većih dužina stupca opruga dovesti do većih odstupanja, te time do problema prilikom ugradnje opruge. Zbog toga u praksi vrijedi preporuka prema kojoj je dužina neopterećenog opružnog stupca $L_0 \leq 3 \cdot D_z$, gdje je D_z vanjski promjer opruge.

Pri ugrađivanju tanjurastih opruga u stupac opruga potrebno je osigurati dobro vođenje opruge, a to se postiže svornjakom za vođenje (unutarnje vođenje) ili tuljcem za vođenje (vanjsko vođenje). U praksi se preporučuje unutarnje vođenje. Površine elemenata za vođenje (svornjaka ili čahure) i sve naliježne površine opruge trebaju po mogućnosti biti primjereno toplinski obrađene (preporučljivo je cementiranje do dubine $\approx 0,8$ mm i kaljenje na tvrdoću najmanje 55 HRC). Također, površina elemenata za vođenje treba biti glatka (preporučeno je precizno brušenje), čime se smanjuje trenje u slučaju dodira prstena opruga i elementa za vođenje. U svakom slučaju, između elementa za vođenje i prstena opruge mora biti osigurana određena zračnost.

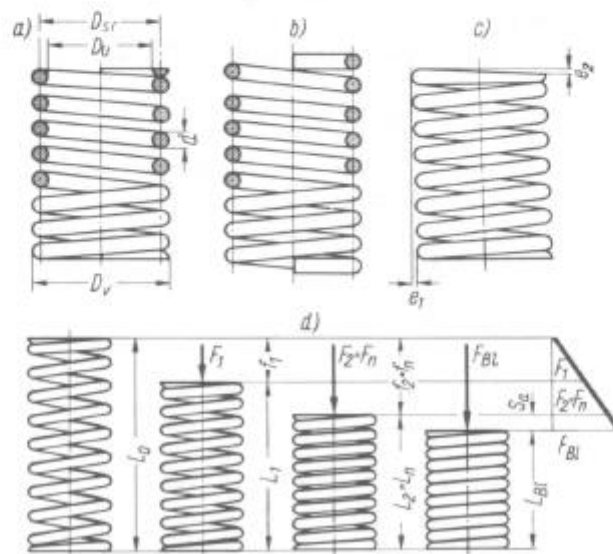
| Tellerfedern | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---|------|---|----------------------------|--|------|------|-------|----------------------------|---|------|------|---|----------------------------|---|------|------|--|--|
| vgl. DIN 2093 (1992-01) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Einzelfeder $h_0 \approx l_0 - t$  | | | Federsäule Federkraft $F_S = F$ Federweg $s_S = i \cdot s$ Federlänge $L_0 = i \cdot l_0$ | | | | | | | | | | Federpaket Federkraft $F_S = n \cdot F$ Federweg $s_S = s$ Federlänge $L_0 = l_0 + (n - 1) \cdot t$ | | | | | | |
| Federkennlinie  | | | Legende: D_e Außendurchmesser D_i Innendurchmesser t Dicke der Einzeltellerfeder t' Reduzierte Dicke bei Tellerfedern mit Auflagefläche h_0 Federhöhe (theoretischer Federweg bis zur Planlage) l_0 Bauhöhe der unbelasteten Einzeltellerfeder s Federweg der Einzeltellerfeder s_S Federweg von geschichteten Tellerfedern F Federkraft der Einzeltellerfedern F_S Federkraft von geschichteten Tellerfedern L_0 Länge von unbelasteten geschichteten Tellerfedern n Anzahl der Tellerfedern im Federpaket i Anzahl der Tellerfedern in der Federsäule | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Grup- pe | D_e h12 | | D_i H12 | | Reihe A: harte Federn $D_e/t \approx 18; h_0/t \approx 0,4$ | | | | | Reihe B: mittelharte Federn $D_e/t \approx 28; h_0/t \approx 0,75$ | | | | | Reihe C: weiche Federn $D_e/t \approx 40; h_0/t \approx 1,3$ | | | | |
| | t | t' | l_0 | F in kN ¹⁾ | $s^{2)}$ | t | t' | l_0 | F in kN ¹⁾ | $s^{2)}$ | t | t' | l_0 | F in kN ¹⁾ | $s^{2)}$ | | | | |
| Gr. 1: $t < 1,25$ mm | 8 | 4,2 | 0,4 | - | 0,6 | 0,21 | 0,15 | 0,3 | - | 0,55 | 0,12 | 0,19 | 0,2 | - | 0,45 | 0,04 | 0,19 | | |
| | 10 | 5,2 | 0,5 | - | 0,75 | 0,33 | 0,19 | 0,4 | - | 0,7 | 0,21 | 0,23 | 0,25 | - | 0,55 | 0,06 | 0,23 | | |
| | 14 | 7,2 | 0,8 | - | 1,1 | 0,81 | 0,23 | 0,5 | - | 0,9 | 0,28 | 0,30 | 0,35 | - | 0,8 | 0,12 | 0,34 | | |
| | 16 | 8,2 | 0,9 | - | 1,25 | 1,00 | 0,26 | 0,6 | - | 1,05 | 0,41 | 0,34 | 0,4 | - | 0,9 | 0,16 | 0,38 | | |
| | 20 | 10,2 | 1,1 | - | 1,55 | 1,53 | 0,34 | 0,8 | - | 1,35 | 0,75 | 0,41 | 0,5 | - | 1,15 | 0,25 | 0,49 | | |
| | 25 | 12,2 | - | - | - | - | - | 0,9 | - | 1,6 | 0,87 | 0,53 | 0,7 | - | 1,6 | 0,60 | 0,68 | | |
| Gruppe 2: $t = 1,25 \dots 6$ mm | 28 | 14,2 | 1,5 | - | 2,05 | 2,91 | 0,41 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | | |
| | 40 | 20,4 | 2,2 | - | 3,15 | 6,54 | 0,68 | 1,5 | - | 2,6 | 2,62 | 0,86 | - | - | - | - | - | | |
| | 45 | 22,4 | 2,5 | - | 4,1 | 7,72 | 0,75 | 1,7 | - | 3,0 | 3,66 | 0,98 | 1,25 | - | 2,85 | 1,89 | 1,20 | | |
| | 50 | 25,4 | 3 | - | 4,3 | 12,0 | 0,83 | 2 | - | 3,4 | 4,76 | 1,05 | 1,25 | - | 2,85 | 1,55 | 1,20 | | |
| | 56 | 28,5 | 3 | - | 4,9 | 11,4 | 0,98 | 2 | - | 3,6 | 4,44 | 1,20 | 1,5 | - | 3,45 | 2,62 | 1,46 | | |
| | 63 | 31 | 3,5 | - | 5,6 | 15,0 | 1,05 | 2,5 | - | 4,2 | 7,18 | 1,31 | 1,8 | - | 4,15 | 4,24 | 1,76 | | |
| | 71 | 36 | 4 | - | 6,7 | 20,5 | 1,20 | 2,5 | - | 4,5 | 6,73 | 1,50 | 2 | - | 4,6 | 5,14 | 1,95 | | |
| | 80 | 41 | 5 | - | 7 | 33,7 | 1,28 | 3 | - | 5,3 | 10,5 | 1,73 | 2,25 | - | 5,2 | 6,61 | 2,21 | | |
| | 90 | 46 | 5 | - | 8,2 | 31,4 | 1,50 | 3,5 | - | 6 | 14,2 | 1,88 | 2,5 | - | 5,7 | 7,68 | 2,40 | | |
| | 100 | 51 | 6 | - | 8,5 | 48,0 | 1,65 | 3,5 | - | 6,3 | 13,1 | 2,10 | 2,7 | - | 6,2 | 8,61 | 2,63 | | |
| Gr. 3: $t > 6 \dots 14$ mm | 125 | 64 | 8 | 7,5 | 10,6 | 85,9 | 1,95 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | | |
| | 140 | 72 | 8 | 7,5 | 11,2 | 85,3 | 2,40 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | | |
| | 160 | 82 | 10 | 9,4 | 13,5 | 139 | 2,63 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | | |
| | 180 | 92 | 10 | 9,4 | 14 | 125 | 3,00 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | | |
| | 200 | 102 | 12 | 11,25 | 16,2 | 183 | 3,15 | 8 | 7,5 | 13,6 | 76,4 | 4,20 | - | - | - | - | - | | |
| | 225 | 112 | 12 | 11,25 | 17 | 171 | 3,75 | 8 | 7,5 | 14,5 | 70,8 | 4,88 | 6,5 | 6,2 | 13,6 | 44,6 | 5,33 | | |
| | 250 | 127 | 14 | 13,1 | 19,6 | 249 | 4,20 | 10 | 9,4 | 17 | 119 | 5,25 | 7 | 6,7 | 14,8 | 50,5 | 5,85 | | |
| | ⇒ Tellerfeder DIN 2093 – A 16: Reihe A, $D_e = 16$ mm, $t = 0,9$ mm | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | ¹⁾ Federkraft F des Einzeltellers bei Federweg $s \approx 0,75 \cdot h_0$ ²⁾ $s \approx 0,75 \cdot h_0$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

20. **Cilindrična tlačna i vlačna opruga**
 [Decker 1987, str. 157]

Najčešće se javljaju *cilindrične tlačne opruge od okrugle žice*. One se upotrebljavaju npr. kao tlačne i povratne opruge, ventilske opruge za mjerenje sile, za ograničenje sile i slično. Slika 171 pokazuje izvedbu prema DIN 2095.

Do 10 mm promjera žice opruge se oblikuju hladno, između 10 i 17 mm hladno i toplo, već prema materijalu, tehnologiji izrade i veličini opterećenja (hladno ili toplo oblikovanje treba ugovoriti s proizvođačem!). *Standardne promjere žice d* vidi u tablici 55, str. 144.

DIN 2095 navodi: „Krajeve opruge koji služe za prenošenje sile na priključna tijela treba tako oblikovati, da se koliko je moguće izbjegnu jednostrana opterećenja s čeonu strane dijela opruge s opružnim djelovanjem. To se općenito postiže smanjenjem uspona na krajnjem izlaznom navoju žice. Da bi se dobile dovoljne naležne plohe okomito na os opruge, odbruse se krajevi žice do $d/4$. Ispod $d=0,5$ mm krajnji navoji u pravilu se ne bruse.



Slika 171. Hladno oblikovane tlačne opruge
 a) krajnji navoji prilegnuti i brušeni; b) krajnji navoji prilegnuti; c) odstupanja oblika; d) sile i duljine opruga

Kod tlačnih opruga, naročito onih koje su izložene čestim promjenama opterećenja, treba nastojati da završeci izlaznih navoja leže međusobno zaokrenuti za 180° , te da uvijek ima ukupno $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$ itd. navoja. Budući da završni krajevi nisu elastični, treba razlikovati *ukupan broj navoja* i_{uk} od broja navoja s *opružnim djelovanjem* i_r . U pomenutom DIN 2095 (slika 171) je $i_{uk} = i_r + 2$.

Ako svi navoji leže jedan na drugom (dodiruju se), onda tlačna opruga ima stisnutu *duljinu bloka* L_{B1} :

$$\text{kod naslonjenih i brušenih krajnih navoja} \quad L_{B1} = i_{uk} \cdot d \quad (130)$$

$$\text{kod samo naslonjenih krajnih navoja} \quad L_{B1} = (i_{uk} + 1,5) d \quad (131)$$

L_{B1} u mm duljina stisnute opruge bloka,

i_{uk} ukupan broj navoja,

d u mm promjer žice.

U jednadžbe (130) i (131) uključene su izradne tolerancije $+0,5 d$.

U načelu treba da kod *ispitne sile* F_n ostane još *minimalan razmak između navoja s opružnim djelovanjem*, prema tablici 65.

Dopuštena odstupanja za opruge obuhvataju promjer navoja D_{st} , duljinu nestlačene opruge L_0 , silu opruge F , odstupanje osi opruge od okomice e_1 , odstupanje e_2 u paralelnosti čeonih ploha (sl. 171 c) i to u kvalitetama *grubo*, *srednje* i *fino* (tablica 66). Da bi proizvođač mogao održati zadane sile, treba mu ostaviti *mjere slobodne za moguću korekturu* pri izradi opruge. Za to mora biti slobodno:

kod *jedne* zadane sile na opruzi i propisane duljine L_0 : i_r i jedna veličina d li D_v odn. D_u ,

kod *dvije* zadane sile na opruzi: L_0 , i_r i d ili D_v odn. D_u .

Tablica 65. Zhroj S_2 najmanjih razmaka među navojima prema DIN 2095

| d mm | S_2 mm | x u mm^{-1} pri odnosu namatanja $w = D_{st}/d$ | | | |
|---------------------|---------------------------|--|-----------------|------------------|----------|
| | | 4 do 6 | preko 6 do 8 | preko 8 do 12 | preko 12 |
| 0,07 do 0,5 | $0,5d + xd^2 i_r$ | 0,50 | 0,75 | 1,00 | 1,50 |
| preko 0,5 do 1,0 | $0,4d + xd^2 i_r$ | 0,20 | 0,40 | 0,60 | 1,00 |
| preko 1,0 do 1,6 | $0,3d + xd^2 i_r$ | 0,05 | 0,15 | 0,25 | 0,40 |
| preko 1,6 do 2,5 | $0,2d + xd^2 i_r$ | 0,035 | 0,10 | 0,20 | 0,30 |
| preko 2,5 do 4,0 | $1 \text{ mm} + xd^2 i_r$ | 0,02 | 0,04 | 0,06 | 0,10 |
| preko 4,0 do 6,3 | $1 \text{ mm} + xd^2 i_r$ | 0,015 | 0,03 | 0,045 | 0,06 |
| preko 6,3 do 10 | $1 \text{ mm} + xd^2 i_r$ | 0,01 | 0,02 | 0,030 | 0,04 |
| preko 10 do 17 | $1 \text{ mm} + xd^2 i_r$ | 0,005 | 0,01 | 0,018 | 0,022 |

Prednost treba dati standardnim veličinama prema DIN 2098 (standardom su obuhvaćene dimenzije L_0 , L_n , f_n , C i d).

3.6.2. Tlačne opruge od okruglih šipki

Na sl. 172 prikazane su (uglavnom toplo oblikovane) tlačne opruge od okruglih šipki prema DIN 2096. Od 10 do 14 mm promjera šipke d krajevi se bruse iz punog materijala (sl. 172a), a preko te mjere do $d=60$ mm kuju se i bruse ravno (sl. 172b). Opruge se nakon toplog oblikovanja poboljšavaju.

Tablica 66. Dopuštena odstupanja za hladno oblikovane tlačne opruge prema DIN 2095 i za vlačne opruge DIN 2096

| D_w mm | Dopuštena odstupanja od D_w u mm | | | | | | | | |
|------------------|------------------------------------|------------------|----------|---------------------|------------------|------------------|----------------------|------------------|----------|
| | grubo | | srednje | | fino | | | | |
| | pri odnosu namatanja $n = D_w/d$ | | | | | | | | |
| | 4 do 8 | preko 8 do 15 | 4 do 8 | preko 8 do 15 | 4 do 8 | preko 8 do 15 | | | |
| 2,5 do 4 | ±0,3 | ±0,4 | ±0,15 | ±0,2 | ±0,1 | ±0,1 | | | |
| preko 4 do 6,3 | ±0,4 | ±0,5 | ±0,2 | ±0,25 | ±0,1 | ±0,15 | | | |
| preko 6,3 do 10 | ±0,5 | ±0,6 | ±0,25 | ±0,3 | ±0,15 | ±0,15 | | | |
| preko 10 do 16 | ±0,6 | ±0,7 | ±0,3 | ±0,35 | ±0,15 | ±0,2 | | | |
| preko 16 do 25 | ±0,7 | ±0,9 | ±0,35 | ±0,45 | ±0,2 | ±0,25 | | | |
| preko 25 do 40 | ±1,0 | ±1,2 | ±0,5 | ±0,6 | ±0,25 | ±0,3 | | | |
| preko 40 do 63 | ±1,5 | ±2,0 | ±0,8 | ±1,0 | ±0,4 | ±0,5 | | | |
| preko 63 do 100 | ±2,3 | ±3,0 | ±1,2 | ±1,5 | ±0,6 | ±0,8 | | | |
| preko 100 do 160 | ±3,5 | ±4,6 | ±1,8 | ±2,3 | ±0,9 | ±1,2 | | | |
| L_0 mm | Dopušteno odstupanje od L_0 u mm | | | | | | | | |
| | grubo | | srednje | | fino | | | | |
| | pri odnosu namatanja $n = D_w/d$ | | | | | | | | |
| | 4 do 12 | preko 12 | 4 do 12 | preko 12 | 4 do 12 | preko 12 | | | |
| do 4 | ±0,5 | ±0,6 | ±0,3 | ±0,3 | ±0,15 | ±0,15 | | | |
| preko 4 do 6,3 | ±0,6 | ±0,7 | ±0,3 | ±0,4 | ±0,15 | ±0,2 | | | |
| preko 6,3 do 10 | ±0,7 | ±0,8 | ±0,4 | ±0,4 | ±0,2 | ±0,2 | | | |
| preko 10 do 16 | ±0,8 | ±1,0 | ±0,4 | ±0,5 | ±0,2 | ±0,3 | | | |
| preko 16 do 25 | ±1,0 | ±1,3 | ±0,5 | ±0,7 | ±0,3 | ±0,4 | | | |
| preko 25 do 40 | ±1,3 | ±1,8 | ±0,7 | ±0,9 | ±0,4 | ±0,5 | | | |
| preko 40 do 63 | ±1,9 | ±2,5 | ±1,0 | ±1,3 | ±0,5 | ±0,7 | | | |
| preko 63 do 100 | ±2,5 | ±3,5 | ±1,3 | ±1,8 | ±0,7 | ±0,9 | | | |
| preko 100 do 160 | ±4,0 | ±5,5 | ±2,0 | ±2,8 | ±1,0 | ±1,4 | | | |
| preko 160 do 250 | ±6,4 | ±8,5 | ±3,2 | ±4,3 | ±1,6 | ±2,2 | | | |
| preko 250 do 400 | ±10 | ±13 | ±5,0 | ±6,5 | ±2,5 | ±3,5 | | | |
| preko 400 do 630 | ±15 | ±20 | ±7,5 | ±10 | ±4,0 | ±5,0 | | | |
| d mm | Dopušteno odstupanje od F u % | | | | | | | | |
| | grubo | | | srednje | | | fino | | |
| | pri broju navoja i_f | | | | | | | | |
| | 2 do 4 | preko 4 do 10 | preko 10 | 2 do 4 | preko 4 do 10 | preko 10 | 2 do 4 | preko 4 do 10 | preko 10 |
| preko 0,5 do 1 | ±30 | ±24 | ±19 | ±16 | ±13 | ±11 | ±13 | ±10 | ±8 |
| preko 1 do 1,6 | ±24 | ±20 | ±16 | ±14 | ±12 | ±10 | ±10 | ±9 | ±7 |
| preko 1,6 do 2,5 | ±21 | ±17 | ±14 | ±13 | ±11 | ±9 | ±9 | ±7 | ±6 |
| preko 2,5 do 4,0 | ±18 | ±15 | ±12 | ±12 | ±10 | ±8 | ±8 | ±6 | ±5 |
| preko 4,0 do 6,3 | ±16 | ±13 | ±10 | ±11 | ±9 | ±7 | ±7 | ±6 | ±5 |
| preko 6,3 do 10 | ±14 | ±11 | ±9 | ±10 | ±8 | ±7 | ±7 | ±5 | ±4 |
| preko 10 do 17 | ±12 | ±10 | ±8 | ±9 | ±7 | ±6 | ±6 | ±5 | ±4 |
| kvaliteta | grubo | | | srednje | | | fino | | |
| e_1 | 0,08 L_0 (4,6) | | | 0,04 L_0 (2,3) | | | 0,02 L_0 (1,15) | | |
| e_2 | 0,06 D_w | | | 0,03 D_w | | | 0,015 D_w | | |

Krajevi opruga koji ostaju neobrađeni (sl. 172c) moraju se prihvatiti posebnim tanjurom (s urezanim usponom opruge). Za broj navoja vrijedi ono što je u 3.6.1. rečeno za hladno oblikovane tlačne opruge, ali je $i_{uk} = i_f + 1,5$.

Duljina opruge stisnute do dodira navoja (duljina bloka) iznosi:

Kod opruga od valjanih okruglih šipki (slike 172a i b)

$$L_{B1} \leq (i_{uk} - 0,3) d \quad (132)$$

kod opruga od brušenih okruglih šipki (sl. 172a i b)

$$L_{B1} \leq (i_{uk} - 0,4) d \quad (133)$$

kod opruga s neobrađenim krajevima (sl. 172c)

$$L_{B1} \leq (i_{uk} + 1) d \quad (134)$$

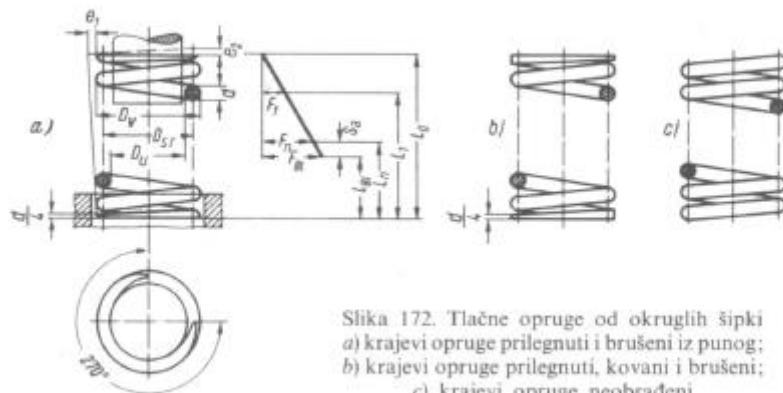
L_{B1} u mm duljina stisnute opruge (bloka) kada navoji leže jedan na drugom,
 i_{uk} ukupni broj navoja,
 d u mm najveći mogući promjer šipke, tj. uključivo plusolerancije (tablica 56, str. 144 i tablica 67).

Zbroj najmanjih udaljenosti među navojima

$$S_a = x \cdot d \cdot i_f \quad (135)$$

i_f broj navoja s opružnim djelovanjem,
 x faktor u zavisnosti od odnosa namatanja $w = D_{ve}/d$. Faktor je pri

| | | | | | | | | | | | |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $w = 3$ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| $x = 0,09$ | 0,09 | 0,10 | 0,11 | 0,13 | 0,14 | 0,16 | 0,18 | 0,21 | 0,23 | 0,26 | 0,28 |



Slika 172. Tlačne opruge od okruglih šipki
a) krajevi opruge prilegnuti i brušeni iz punog;
b) krajevi opruge prilegnuti, kovani i brušeni;
c) krajevi opruge neobrađeni

Dopuštena odstupanja za opruge vidi u tablici 67, a za promjere valjanih šipki DIN 2077 u tablici 56 na strani 144. Za proizvođača moraju zbog mogućnosti postizavanja zadanih veličina ostati slobodne: duljina L_0 i d ili i_f .

Tablica 67. Dopuštena odstupanja za vlačne opruge od okruglih šipki prema DIN 2096

| Brušene šipke d mm | | 7...10 ± 0,05 | > 10...20 ± 0,08 | > 20 ± 0,10 | |
|-----------------------|-----|--------------------------------------|------------------|------------------------------|---------------|
| D_s, D_w, D_n mm | | Dopuštena odstupanja D_s, D_w, D_n | | | |
| preko | do | Opruge od valjanih šipki pri | | Opruge od brušenih šipki pri | |
| | | $w \leq 8$ mm | $w > 8$ mm | $w \leq 8$ mm | $w > 8$ mm |
| | 50 | ± 0,8 | ± 1,2 | ± 0,6 | ± 0,8 |
| 50 | 63 | ± 1 | ± 1,5 | ± 0,7 | ± 1 |
| 63 | 80 | ± 1,2 | ± 1,8 | ± 0,8 | ± 1,2 |
| 80 | 100 | ± 1,5 | ± 2,3 | ± 1 | ± 1,5 |
| 100 | 125 | ± 1,7 | ± 2,6 | ± 1,1 | ± 1,7 |
| 125 | 160 | ± 2 | ± 3 | ± 1,3 | ± 2 |
| 160 | 200 | ± 2,2 | ± 3,3 | ± 1,5 | ± 2,2 |
| 200 | 250 | ± 2,6 | ± 3,9 | ± 1,8 | ± 2,6 |
| 250 | 300 | ± 3,1 | ± 4,6 | ± 2,1 | ± 3,1 |

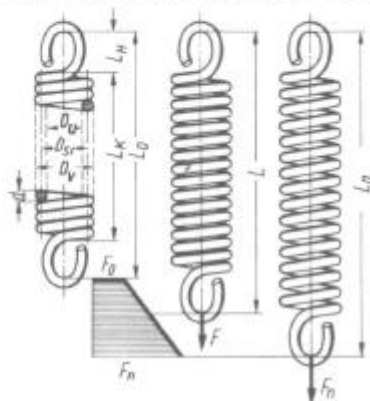
Sila F pri zadanoj duljini opruge za valjane šipke: $\pm[(1,5 \text{ mm} + 0,04 f_{R1})c + 0,02 F]$
za brušene šipke: $\pm[(1,5 \text{ mm} + 0,04 f_{R1})c + 0,01 F]$

Nestegnuta duljina L_0 pri zadanoj sili opruge: $\pm(1,5 \text{ mm} + 0,04 f_{R1})$

$e_1 = 0,03 L_0$ (odgovara 1,7) $e_2 = 0,025 D_s$ (odgovara 1,5)

3.6.3. Vlačne opruge od okrugle žice

Primjer izvedbe vlačne opruge sa savinutim ušicama prikazuje slika 173. Opruga je namotana navoj uz navoj sa predopterećenjem F_0 . Tek kada se opruga optereti silom $F > F_0$ pojaviti će se zračnost između navoja. Do 17 mm promjera žice opruge se u pravilu izrađuju od čelične žice za opruge, s predopterećenjem u hladnom stanju. Preko toga (kod većeg opterećenja već od $d = 10$ mm) namataju se toplo, a nakon namatanja poboljšaju se. Poboljšanjem izvršenim nakon namatanja opruge gube prednaprezanje. Standardne promjere žice i štapova d vidi u tablicama 55 i 56.



Slika 173. Vlačna opruga namotana s predopterećenjem

Vlačne opruge proizvode se također u kvalitetama *grubo*, *srednje* i *fino*. Dopuštena odstupnja za neopterećenu duljinu L_0 vidi u tablici 68, a za srednji promjer navoja D_{st} i silu F nepredopterećenih vlačnih opruga u tablici 66. *Dopuštena odstupanja za sile predopterećenja F_0* : grubo $\pm 30\%$, srednje $\pm 15\%$, fino $\pm 7,5\%$. Kod predopterećenih opruga zbrajaju se dopuštena odstupanja

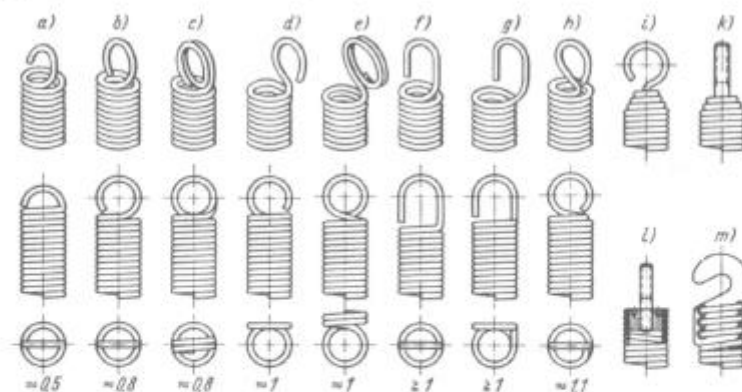
Tablica 68. Dopuštena odstupanja duljine L_0 neprednapregnutih vlačnih opruga prema DIN 2097

| L_0 mm | grubo | | Dopušteno odstupanje srednje pri odnosu namatanja $n = D_{st}/d$ | | fino | |
|------------------|--------------------|------------------|--|------------------|--------------------|------------------|
| | 4 do 8 | preko 8 do 12 | 4 do 8 | preko 8 do 12 | 4 do 8 | preko 8 do 12 |
| do 10 | $\pm 0,6$ | $\pm 0,7$ | $\pm 0,4$ | $\pm 0,5$ | $\pm 0,3$ | $\pm 0,4$ |
| preko 10 do 16 | $\pm 0,8$ | $\pm 1,0$ | $\pm 0,5$ | $\pm 0,6$ | $\pm 0,4$ | $\pm 0,5$ |
| preko 16 do 25 | $\pm 1,0$ | $\pm 1,3$ | $\pm 0,6$ | $\pm 0,7$ | $\pm 0,5$ | $\pm 0,6$ |
| preko 25 do 40 | $\pm 1,3$ | $\pm 1,6$ | $\pm 0,8$ | $\pm 0,9$ | $\pm 0,6$ | $\pm 0,8$ |
| preko 40 do 63 | $\pm 1,8$ | $\pm 2,2$ | $\pm 1,1$ | $\pm 1,3$ | $\pm 0,8$ | $\pm 1,1$ |
| preko 63 do 100 | $\pm 2,4$ | $\pm 3,0$ | $\pm 1,5$ | $\pm 1,8$ | $\pm 1,1$ | $\pm 1,5$ |
| preko 100 do 160 | $\pm 3,0$ | $\pm 4,0$ | $\pm 2,0$ | $\pm 2,4$ | $\pm 1,5$ | $\pm 2,0$ |
| preko 160 do 250 | $\pm 4,0$ | $\pm 5,0$ | $\pm 2,3$ | $\pm 3,0$ | $\pm 2,0$ | $\pm 2,5$ |
| preko 250 do 400 | $\pm 5,0$ | $\pm 6,5$ | $\pm 3,0$ | $\pm 4,0$ | $\pm 2,5$ | $\pm 3,0$ |
| | $\pm 2\%$ od L_0 | | $\pm 1,5\%$ od L_0 | | $\pm 1\%$ od L_0 | |

21. Učvršćivanje krajeva cilindrične opruge [Decker 1987, str. 161]

Različiti *oblici ušica* prema DIN 2097 prikazani su na slici 174. Ušice jedne opruge u istoj su ravnini, ili su za 90° međusobno zaokrenute. Kod

opruga sa *savijenim ušicama* (sl. 174a do h) je $i_t = i_{uk}$, a s *priključnim tijelima* (sl. 174i do m) je $i_t < i_{uk}$. Navoji s opružnim djelovanjem počinju nakon izlaska iz priključnih tijela. Punoj njemačkoj ušici (sl. 173, sl. 174b) daje se prednost.



Slika 174. Oblici ušica vlačnih opruga prema DIN 2097 (brojevi označuju odnos L_u/D_u)

a) polovična njemačka ušica; b) cijela njemačka ušica; c) dvostruka njemačka ušica; d) cijela njemačka ušica sa strane dignuta; e) njemačka dvostruka ušica sa strane dignuta; f) kuglasta ušica; g) kukasta ušica sa strane dignuta; h) engleska ušica; i) kuka uvaljana; j) svornjak s navojem uvaljan; l) čep s navojem uvijen; m) plosnata ušica uvijena

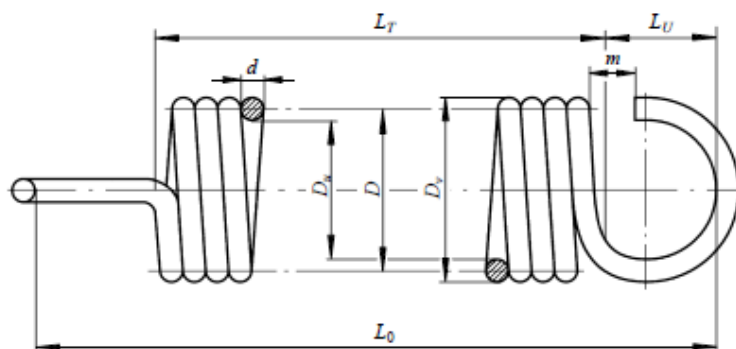
$$\text{Duljina neopterećenog tijela opruge } L_k \approx (i_t + 1)d \quad (136)$$

L_k u mm duljina neopterećenog tijela opruge (bez ušica),
 i_t broj navoja s opružnim djelovanjem,
 d u mm promjer žice.

22. Usvajanje cilindričnih tlačnih i vlačnih opruga

[Jelaska 2005, str. 133]

U vlačnim zavojnim torzijskim oprugama sila djeluje u aksijalnom smjeru tako da se opruga pod utjecajem te sile rasteže (njena dužina se prilikom opterećenja povećava), slika 6.16. Izračuju se u hladnom ili toplom stanju.



Slika 6.19: Vlačna zavojna torzijska opruga

Proračun čvrstoće zavojnih torzijskih opruga

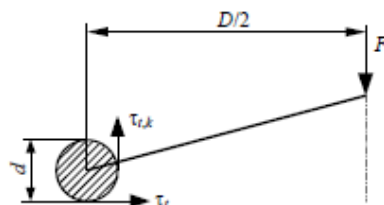
Proračun čvrstoće zavojnih torzijskih opruga (vlačnih i tlačnih, hladno i toplo oblikovanih) standardiziran je prema DIN 2086. Opterećenje F opruge uzrokuje uvijanje žice opruge zbog momenta torzije $T_t = T \cos \alpha$ kao dijela sprege sila T

$$T = F \cdot \frac{D}{2} \quad (6.58)$$

kojeg tvore dvije sile F na kraku D Smična naprezanja od poprečne sile $F \cos \alpha$, te tlačna i savojna naprezanja od dvije komponente reakcije veze F su zanemariva, pa se provjerava samo torzijsko naprezanje τ_t (vidi sliku 6.22):

$$\tau_t = k_t \cdot \frac{T}{W_t} = k_t \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \leq \tau_{t, dop} \quad (6.59)$$

| | | |
|-----------------|----------------------|--|
| T | [Nmm] | torzijski moment opruge |
| F | [N] | opterećenje opruge |
| D | [mm] | srednji promjer navoja |
| τ_t | [N/mm ²] | torzijsko naprezanje u opruzi |
| W_t | [mm ³] | torzijski moment otpora presjeka žice opruge; $W_t = \pi \cdot d^3 / 16$ |
| d | [mm] | promjer žice (šipke) |
| k_t | | popravni faktor naprezanja, izraz (6.59) |
| $\tau_{t, dop}$ | [N/mm ²] | dopušteno torzijsko naprezanje. |



Slika 6.22: Opterećenje zavojne torzijske opruge

Popravni faktor naprezanja k_t uzima u obzir povećanje teoretskog torzijskog naprezanja zbog zakrivljenosti žice. Naime, stvarno torzijsko naprezanje je raspoređeno nesimetrično po presjeku žice, te je na unutarnjoj strani navoja veće nego na vanjskoj. Faktor k_t je ovisan o indeksu opruge $e = D/d$, te se računa prema izrazu:

$$k_t = \frac{e + 0,5}{e - 0,75} \quad (6.60)$$

Dopušteno torzijsko naprezanje $\tau_{t\,dop}$ u izrazu (6.58) određuje se posebno za tlačne i vlačne zavojne torzijske opruge, te posebno za statičko i dinamičko opterećenje.

Dopušteno torzijsko naprezanje za tlačne zavojne torzijske opruge

Statički opterećene opruge:

Prema DIN-u, smatra se da je opruga statički opterećena kad je broj ciklusa opterećenja u ukupnom životnom vijeku opruge $N \leq 10^4$. Dopušteno torzijsko naprezanje $\tau_{t\,dop}$ tada iznosi:

- hladno oblikovane opruge: $\tau_{t\,dop} = 0,56 \cdot R_m$, gdje je R_m vlačna čvrstoća materijala opruge (za žicu za opruge prema DIN 17223 vidi tabelu 6.2)
- toplo oblikovane opruge: za opruge od toplo valjanih čelika prema DIN 17221 vidi tabelu 6.15

Tabela 6.15: Dopušteno torzijsko naprezanje $\tau_{t\,dop}$ za toplo oblikovane opruge iz toplo valjanih čelika prema DIN 17221

| Promjer šipke d [mm] | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\tau_{t\,dop}$ [N/mm ²] | 925 | 840 | 790 | 760 | 735 | 720 |

Dinamički opterećene opruge:

Opruge su najčešće opterećene s cikličkim opterećenjem s koeficijentom asimetrije ciklusa $r = 0$. Često su ugrađene i s predopruženjem s_{pr} koje uzrokuje statičko prednaprezanje τ_{pr} , pa moment torzije varira između T_{max} i T_{pr} , tako da torzijsko naprezanje varira između $\tau_{t\,max}$ i τ_{pr} . U tom slučaju, zamor materijala opruge se kontrolira prema:

$$\tau_a = \frac{\tau_{t\,max} - \tau_{t\,min}}{2} \leq \tau_{a\,dop} = \frac{R_A}{v_{a\,pot}} \quad (6.61)$$

R_A [N/mm²] amplituda dinamičke čvrstoće
 $v_{a\,pot}$ potrebni stupanj sigurnosti za amplitudno naprezanje; $v_{a\,pot} = 1,3 \dots 1,5$.

Amplituda dinamičke čvrstoće računa se prema izrazu:

$$R_A = R_{A,0} \cdot \frac{1 - k_t}{2 - k_t} \cdot \tau_{pr} \quad (6.62)$$

$R_{A,0}$ [N/mm²] amplituda trajne dinamičke čvrstoće savojne zavojne opruge iz okrugle žice prema DIN 17223; za $r = 0$ i $\tau_{pr} = 0$; Određuje se iz kataloga proizvođača ili $R_{A,0} \approx 1,4 \tau_{A,0,dop}$
 $\tau_{A,0,dop}$ [N/mm²] dopušteno amplitudno torzijsko naprezanje pri pulzirajućem opterećenju ($r = 0$) bez prednaprezanja ($\tau_{min} = \tau_{pr} = 0$), tabela 6.16

42 Elementi strojeva 2

| | |
|----------------------------------|--|
| k_t | faktor utjecaja srednjeg naprezanja na dinamičku čvrstoću materijala; $k_t = 0,8 \dots 0,85$ za torzijske zavojne opruge iz čelika |
| τ_{pr} [N/mm ²] | torzijsko prednaprezanje. |

Dopušteno amplitudno torzijsko naprezanje $\tau_{A,dop}$ se može i približno odrediti prema izrazu:

$$\tau_{A,dop} = \tau_{A0,dop} - 0,15 \cdot \tau_{t,min} \quad (6.63)$$

| | |
|--------------------------------------|---|
| $\tau_{A0,dop}$ [N/mm ²] | dopušteno amplitudno torzijsko naprezanje pri pulzirajućem opterećenju ($r = 0$) bez prednaprezanja ($\tau_{min} = \tau_{pr} = 0$), tabela 6.16 |
| $\tau_{t,min}$ [N/mm ²] | najmanje torzijsko naprezanje ciklusa. |

Tabela 6.16 Dopušteno amplitudno torzijsko naprezanje $\tau_{A0,dop}$ pri pulzirajućem opterećenju $\tau_{pr} = 0$, te najveće dopušteno torzijsko naprezanje $\tau_{t,max}$ za tlačne zavojne torzijske opruge

| Hladno oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge od žice za opruge razreda C i D prema DIN 17223 | | | | | | | | |
|---|-------------|-------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|---------------|
| Promjer žice d [mm] | | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 10 | Broj ciklusa |
| $\tau_{A0,dop}$ [N/mm ²] | očvrsnute | 355 | 330 | 305 | 285 | 265 | 250 | $N = 10^6$ |
| | očvrsnute | 300 | 275 | 255 | 235 | 215 | 200 | $N \geq 10^7$ |
| | neočvrsnute | 250 | 230 | 215 | 200 | 170 | 165 | $N \geq 10^7$ |
| $\tau_{t,max}$ [N/mm ²] | | ≤ 1115 | ≤ 990 | ≤ 920 | ≤ 830 | ≤ 745 | ≤ 705 | |
| Hladno oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge od žice za opruge razreda FD prema DIN 17223 | | | | | | | | |
| Promjer žice d [mm] | | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 10 | Broj ciklusa |
| $\tau_{A0,dop}$ [N/mm ²] | očvrsnute | 320 | 295 | 280 | 265 | 245 | 245 | $N = 10^6$ |
| | očvrsnute | 250 | 220 | 210 | 195 | 180 | 180 | $N \geq 10^7$ |
| | neočvrsnute | 185 | 170 | 165 | 150 | 130 | 130 | $N \geq 10^7$ |
| $\tau_{t,max}$ [N/mm ²] | | ≤ 880 | ≤ 810 | ≤ 760 | ≤ 700 | ≤ 630 | ≤ 630 | |
| Hladno oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge od žice za opruge razreda VD prema DIN 17223 | | | | | | | | |
| Promjer žice d [mm] | | 1 | 2 | 3 | 5 | 7 | Broj ciklusa | |
| $\tau_{A0,dop}$ [N/mm ²] | očvrsnute | 315 | 295 | 285 | 270 | 265 | $N \geq 10^7$ | |
| | neočvrsnute | 265 | 245 | 225 | 205 | 195 | $N \geq 10^7$ | |
| $\tau_{t,max}$ [N/mm ²] | | ≤ 835 | ≤ 760 | ≤ 715 | ≤ 670 | ≤ 650 | | |
| Toplo oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge od toplo valjanog čelika prema DIN 17221 | | | | | | | | |
| Promjer šipke d [mm] | | 10 | 15 | 25 | 35 | 50 | Broj ciklusa | |
| $\tau_{A0,dop}$ [N/mm ²] | očvrsnute | 380 | 335 | 295 | 260 | 215 | $N = 10^5$ | |
| | neočvrsnute | 320 | 275 | 235 | 205 | 165 | $N = 2 \cdot 10^6$ | |
| $\tau_{t,max}$ [N/mm ²] | | ≤ 890 | ≤ 830 | ≤ 780 | ≤ 740 | ≤ 690 | | |
| Hladno oblikovane tlačne zavojne opruge od nehrđajućeg čelika prema DIN 17224 | | | | | | | | |
| Promjer žice d [mm] | | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | Broj ciklusa | |
| $\tau_{A0,dop}$ [N/mm ²] | X12CrNi177 | 245 | 220 | 195 | 165 | 165 | $N \geq 10^7$ | |
| | X7CrNiAl177 | 255 | 230 | 205 | 175 | 175 | | |
| $\tau_{t,max}$ N/mm ² | X12CrNi177 | ≤ 1000 | ≤ 900 | ≤ 800 | ≤ 750 | ≤ 700 | | |
| | X7CrNiAl177 | ≤ 1050 | ≤ 950 | ≤ 850 | ≤ 750 | ≤ 700 | | |

| Zylindrische Schrauben-Zugfedern | | | | | | | | |
|--|-------|-------|-------|--------|---|---------|-------|--------|
| | | | | | <p>d Drahtdurchmesser in mm D_o äußerer Windungsdurchmesser in mm D_h kleinster Hülsendurchmesser in mm L_0 Länge der unbelasteten Feder in mm L_k Länge des unbelasteten Federkörpers in mm L_n größte Federlänge F_0 innere Vorspannkraft in N F_n größte zulässige Federkraft in N R Federrate in N/mm s_n größter zulässiger Federweg bei F_n in mm</p> | | | |
| d | D_o | D_h | L_0 | L_k | F_0 | F_n | R | s_n |
| Zugfedern aus patentiert-gezogenem, unlegiertem Federstahldraht¹⁾ vgl. DIN EN 10270-1 (2001-12) | | | | | | | | |
| 0,20 | 3,00 | 3,50 | 8,6 | 4,35 | 0,06 | 1,26 | 0,036 | 33,37 |
| 0,25 | 5,00 | 5,70 | 10,0 | 2,63 | 0,03 | 1,46 | 0,039 | 36,51 |
| 0,32 | 5,50 | 6,30 | 10,0 | 2,08 | 0,08 | 2,71 | 0,140 | 18,85 |
| 0,36 | 6,00 | 6,90 | 11,0 | 2,34 | 0,16 | 3,50 | 0,173 | 19,23 |
| 0,40 | 7,00 | 8,00 | 12,7 | 2,60 | 0,16 | 4,06 | 0,165 | 23,67 |
| 0,45 | 7,50 | 8,60 | 13,7 | 3,04 | 0,25 | 5,31 | 0,207 | 24,41 |
| 0,50 | 10,00 | 11,10 | 20,0 | 5,25 | 0,02 | 5,40 | 0,078 | 68,79 |
| 0,55 | 6,00 | 7,10 | 13,9 | 5,78 | 0,88 | 11,66 | 0,606 | 17,78 |
| 0,63 | 8,60 | 9,90 | 19,9 | 7,88 | 0,79 | 12,13 | 0,276 | 41,15 |
| 0,70 | 10,00 | 11,40 | 23,6 | 9,63 | 0,83 | 14,13 | 0,239 | 55,78 |
| 0,80 | 10,80 | 12,30 | 25,1 | 10,20 | 1,22 | 19,10 | 0,355 | 50,36 |
| 0,90 | 10,00 | 11,70 | 23,0 | 9,45 | 1,99 | 28,59 | 0,934 | 28,49 |
| 1,00 | 13,50 | 15,40 | 31,4 | 12,50 | 1,77 | 28,63 | 0,454 | 59,22 |
| 1,10 | 12,00 | 14,00 | 27,8 | 11,83 | 2,99 | 41,95 | 1,181 | 32,98 |
| 1,25 | 17,20 | 19,50 | 39,8 | 15,63 | 2,77 | 42,35 | 0,533 | 74,25 |
| 1,30 | 11,30 | 13,50 | 134,0 | 118,95 | 5,771 | 70,59 | 0,322 | 201,60 |
| 1,40 | 15,00 | 17,50 | 34,9 | 15,05 | 5,44 | 66,08 | 1,596 | 38,00 |
| 1,50 | 20,00 | 22,70 | 48,9 | 21,75 | 3,99 | 60,54 | 0,603 | 93,72 |
| 1,60 | 21,60 | 24,50 | 50,2 | 20,00 | 3,99 | 67,40 | 0,726 | 87,38 |
| 1,80 | 20,00 | 23,20 | 46,0 | 19,35 | 6,88 | 100,90 | 1,819 | 51,70 |
| 2,00 | 27,00 | 30,50 | 62,8 | 25,00 | 6,88 | 101,20 | 0,907 | 104,00 |
| 2,20 | 24,00 | 27,80 | 55,6 | 23,10 | 9,81 | 148,00 | 2,425 | 57,02 |
| 2,50 | 34,50 | 38,90 | 79,7 | 31,25 | 9,88 | 148,50 | 1,056 | 131,33 |
| 2,80 | 30,00 | 34,70 | 69,8 | 29,40 | 17,77 | 233,40 | 3,257 | 65,85 |
| 3,00 | 40,00 | 45,10 | 140,0 | 86,25 | 11,50 | 214,20 | 0,587 | 345,31 |
| 3,20 | 43,20 | 46,60 | 100,0 | 40,00 | 11,88 | 238,40 | 1,451 | 156,13 |
| 3,60 | 40,00 | 46,00 | 92,1 | 37,80 | 19,60 | 357,10 | 3,735 | 90,38 |
| 4,00 | 44,00 | 50,60 | 117,0 | 58,00 | 24,50 | 436,30 | 3,019 | 136,43 |
| 4,50 | 50,00 | 57,60 | 194,0 | 128,25 | 28,00 | 532,30 | 1,613 | 312,74 |
| 5,00 | 50,00 | 58,30 | 207,0 | 142,50 | 47,00 | 707,90 | 2,541 | 260,12 |
| 5,50 | 60,00 | 69,30 | 236,0 | 156,75 | 38,00 | 774,50 | 2,094 | 351,72 |
| 6,30 | 70,00 | 80,00 | 272,0 | 179,55 | 45,00 | 968,50 | 2,258 | 429,00 |
| 7,00 | 80,00 | 92,00 | 306,0 | 199,50 | 70,00 | 1132,00 | 2,286 | 464,83 |
| 8,00 | 80,00 | 94,00 | 330,0 | 228,00 | 120,00 | 1627,00 | 4,065 | 370,91 |
| Zugfedern aus nichtrostendem Federstahldraht¹⁾ vgl. DIN EN 10270-3 (2001-08) | | | | | | | | |
| 0,20 | 3,00 | 3,50 | 8,60 | 4,35 | 0,05 | 0,99 | 0,031 | 30,54 |
| 0,40 | 7,00 | 8,00 | 12,70 | 2,60 | 0,121 | 3,251 | 0,142 | 22,11 |
| 0,63 | 8,60 | 9,90 | 19,90 | 7,88 | 0,631 | 9,861 | 0,237 | 38,97 |
| 0,80 | 10,80 | 12,30 | 25,1 | 10,20 | 0,971 | 15,67 | 0,305 | 48,19 |
| 1,00 | 13,50 | 15,40 | 31,4 | 12,50 | 1,411 | 23,77 | 0,390 | 57,40 |
| 1,25 | 17,20 | 19,50 | 39,8 | 15,63 | 2,211 | 35,50 | 0,458 | 72,73 |
| 1,40 | 15,00 | 17,50 | 34,9 | 15,05 | 4,351 | 55,72 | 1,371 | 37,48 |
| 1,60 | 21,60 | 24,50 | 50,2 | 20,00 | 3,211 | 56,93 | 0,623 | 86,19 |
| 2,00 | 27,00 | 30,50 | 62,8 | 25,00 | 5,501 | 84,86 | 0,779 | 101,86 |
| 4,00 | 44,00 | 50,60 | 117,0 | 58,00 | 19,600 | 366,50 | 2,593 | 133,83 |
| <p>¹⁾ Außer der aufgeführten Federauswahl gibt es im Handel zu jedem Drahtdurchmesser verschiedene Außendurchmesser und Längen.</p> | | | | | | | | |

vgl. DIN 2098-1 (1968-10),
-2 (1970-08)

Federkennlinie

Blockhöhe

Federkräfte

F_n, F₂, F₁

s₁, s₂, s_n

L₁, L₂, L_n, L₀

d, D_m, D_d, D_h

Zylindrische Schrauben-Druckfedern

d Drahtdurchmesser
D_m mittlerer Windungsdurchmesser
D_d Dorndurchmesser
D_h Hülsendurchmesser
L₀ Länge der unbelasteten Feder
L₁, L₂ Länge der belasteten Feder bei *F₁, F₂*
L_n kleinste zulässige Prüflänge der Feder
F₁, F₂ Federkräfte bei *L₁, L₂*
F_n größte zulässige Federkraft bei *s_n*
s₁, s₂ Federwege bei *F₁, F₂*
s_n größter zulässiger Federweg bei *F_n*
i_f Anzahl der federnden Windungen
i_g Gesamtwindungszahl (Enden geschliffen)
R Federrate in N/mm

Gesamtwindungszahl

$$i_g = i_f + 2$$

⇒ **Druckfeder DIN 2098 – 2 x 20 x 94:**
d = 2 mm, *D_m* = 20 mm und *L₀* = 94 mm

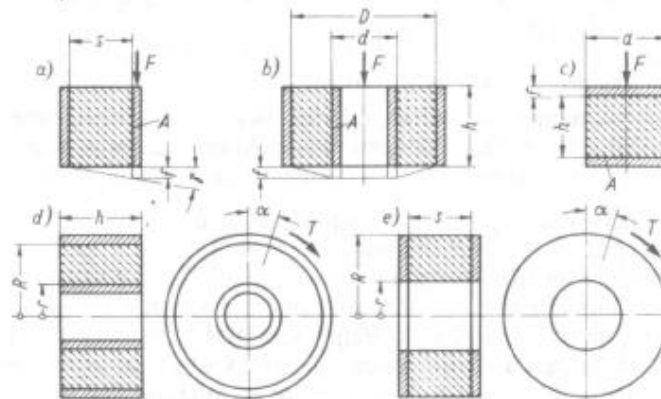
| <i>d</i> | <i>D_m</i> | <i>D_d</i> max. | <i>D_h</i> min. | <i>F_n</i> in N | <i>i_f</i> = 3,5 | | | <i>i_f</i> = 5,5 | | | <i>i_f</i> = 8,5 | | | <i>i_f</i> = 12,5 | | |
|----------|----------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|----------------------|----------|----------------------------|----------------------|----------|----------------------------|----------------------|----------|-----------------------------|----------------------|----------|
| | | | | | <i>L₀</i> | <i>s_n</i> | <i>R</i> | <i>L₀</i> | <i>s_n</i> | <i>R</i> | <i>L₀</i> | <i>s_n</i> | <i>R</i> | <i>L₀</i> | <i>s_n</i> | <i>R</i> |
| 0,2 | 2,5 | 2,0 | 3,1 | 1,00 | 5,4 | 3,8 | 0,26 | 8,2 | 6,0 | 0,17 | 12,4 | 9,3 | 0,11 | 17,9 | 13,7 | 0,07 |
| | 2 | 1,5 | 2,6 | 1,24 | 4,0 | 2,4 | 0,51 | 5,9 | 3,8 | 0,33 | 8,7 | 5,9 | 0,21 | 12,6 | 8,6 | 0,15 |
| | 1,6 | 1,1 | 2,1 | 1,50 | 3,0 | 1,5 | 1,0 | 4,4 | 2,4 | 0,65 | 6,4 | 3,6 | 0,42 | 9,2 | 5,4 | 0,28 |
| 0,5 | 6,3 | 5,3 | 7,5 | 6,6 | 13,5 | 9,2 | 0,73 | 20,0 | 14,0 | 0,46 | 30,0 | 21,3 | 0,30 | 44,0 | 31,8 | 0,21 |
| | 4 | 3,1 | 5,0 | 9,3 | 7,0 | 3,3 | 2,84 | 10,0 | 4,9 | 1,81 | 15,0 | 7,9 | 1,17 | 21,5 | 11,7 | 0,79 |
| | 2,5 | 1,7 | 3,4 | 10,4 | 4,4 | 0,9 | 11,6 | 6,1 | 1,4 | 7,43 | 8,7 | 2,2 | 4,80 | 12,0 | 3,0 | 3,27 |
| 1 | 12,5 | 10,8 | 14,4 | 22 | 24,0 | 14,6 | 1,49 | 36,5 | 23,1 | 0,95 | 55,5 | 36,1 | 0,61 | 80,5 | 53,1 | 0,41 |
| | 8 | 6,5 | 9,6 | 33,2 | 13,0 | 5,7 | 5,68 | 19,0 | 8,9 | 3,61 | 28,5 | 14,2 | 2,33 | 40,5 | 20,6 | 1,59 |
| | 5 | 3,6 | 6,5 | 43,8 | 8,5 | 1,9 | 23,2 | 12,0 | 3,0 | 14,8 | 17,0 | 4,4 | 9,57 | 24,0 | 6,6 | 6,51 |
| 1,6 | 20 | 17,5 | 22,6 | 84,9 | 48,0 | 35,6 | 2,38 | 73,5 | 55,9 | 1,52 | 110 | 84,5 | 0,99 | 165 | 129 | 0,67 |
| | 12,5 | 10,3 | 14,7 | 135 | 24,0 | 14,0 | 9,76 | 36,0 | 21,9 | 6,23 | 53,5 | 33,4 | 4,0 | 78,0 | 50,0 | 2,73 |
| | 8 | 5,9 | 10,1 | 212 | 14,5 | 5,5 | 37,3 | 21,5 | 8,9 | 23,7 | 31,5 | 13,6 | 15,4 | 45,0 | 20,2 | 10,4 |
| 2 | 25 | 22,0 | 28,0 | 128 | 58,0 | 43,0 | 2,98 | 88,5 | 67,1 | 1,90 | 135 | 104 | 1,23 | 195 | 151 | 0,83 |
| | 16 | 13,4 | 18,6 | 198 | 30,0 | 17,5 | 11,4 | 45,0 | 27,3 | 7,24 | 68,0 | 42,5 | 4,69 | 98 | 62,1 | 3,19 |
| | 10 | 7,5 | 12,5 | 318 | 18,0 | 6,8 | 46,6 | 26,5 | 10,9 | 29,7 | 38,5 | 16,5 | 19,2 | 55 | 24,4 | 13,0 |
| 2,5 | 32 | 28,3 | 36,0 | 182 | 71,5 | 52,2 | 3,48 | 110 | 82,1 | 2,22 | 170 | 129 | 1,43 | 245 | 187 | 0,97 |
| | 25 | 21,6 | 28,4 | 233 | 49,0 | 32,2 | 7,29 | 74,5 | 50,5 | 4,64 | 115 | 80,2 | 3,0 | 165 | 116 | 2,04 |
| | 20 | 16,8 | 23,2 | 292 | 36,0 | 20,5 | 14,2 | 54,0 | 32,1 | 9,05 | 81,5 | 50,0 | 5,86 | 120 | 75,7 | 3,98 |
| 3,2 | 40 | 35,6 | 44,6 | 288 | 82,0 | 60,8 | 4,76 | 125 | 95,3 | 3,03 | 190 | 148 | 1,96 | 275 | 216 | 1,33 |
| | 32 | 27,6 | 36,5 | 361 | 58,5 | 38,7 | 9,3 | 88,5 | 61,1 | 5,92 | 135 | 96,2 | 3,82 | 190 | 136 | 2,61 |
| | 25 | 21,1 | 28,9 | 461 | 42,5 | 23,4 | 19,4 | 63,5 | 37,2 | 12,4 | 94,5 | 57,4 | 8,0 | 135 | 83,4 | 5,45 |
| 4 | 40 | 35,6 | 44,6 | 288 | 82,0 | 60,8 | 4,76 | 125 | 95,3 | 3,03 | 190 | 148 | 1,96 | 275 | 216 | 1,33 |
| | 32 | 27,6 | 36,5 | 361 | 58,5 | 38,7 | 9,3 | 88,5 | 61,1 | 5,92 | 135 | 96,2 | 3,82 | 190 | 136 | 2,61 |
| | 25 | 21,1 | 28,9 | 461 | 42,5 | 23,4 | 19,4 | 63,5 | 37,2 | 12,4 | 94,5 | 57,4 | 8,0 | 135 | 83,4 | 5,45 |
| 5 | 50 | 44,0 | 56,0 | 427 | 99,0 | 71,6 | 5,95 | 150 | 111 | 3,79 | 230 | 175 | 2,45 | 335 | 257 | 1,65 |
| | 40 | 34,8 | 45,2 | 533 | 71,0 | 45,8 | 11,7 | 105 | 69,9 | 7,41 | 160 | 110 | 4,79 | 235 | 165 | 3,26 |
| | 32 | 27,0 | 37,0 | 666 | 53,5 | 29,5 | 22,8 | 79,5 | 46,2 | 14,4 | 120 | 72,8 | 9,35 | 170 | 104 | 6,36 |
| 6,3 | 63 | 56,0 | 70,0 | 623 | 120 | 87,7 | 7,27 | 180 | 135 | 4,63 | 275 | 210 | 2,99 | 395 | 304 | 2,03 |
| | 50 | 43,0 | 57,0 | 785 | 85,0 | 54,1 | 14,5 | 130 | 86,8 | 9,25 | 195 | 133 | 5,98 | 280 | 194 | 4,07 |
| | 40 | 34,0 | 46,0 | 981 | 64,0 | 34,4 | 28,4 | 95,5 | 54,5 | 18,1 | 140 | 81,6 | 11,7 | 205 | 124 | 7,95 |
| 8 | 80 | 71,0 | 89,0 | 932 | 145 | 103 | 8,96 | 220 | 160 | 5,70 | 335 | 250 | 3,69 | 490 | 370 | 2,51 |
| | 63 | 55,0 | 71,5 | 1177 | 105 | 65,0 | 18,3 | 155 | 99,0 | 11,7 | 235 | 155 | 7,55 | 340 | 277 | 5,13 |
| | 50 | 42,0 | 58,0 | 1481 | 80,0 | 42,0 | 36,7 | 115 | 62,0 | 23,3 | 175 | 100 | 15,1 | 250 | 145 | 10,3 |
| 10 | 80 | 69,0 | 91,0 | 1766 | 125 | 76,0 | 23,2 | 180 | 111 | 14,8 | 285 | 186 | 9,58 | 410 | 271 | 6,51 |
| | 63 | 53,0 | 73,0 | 2237 | 95,0 | 48,0 | 47,0 | 140 | 74,0 | 30,3 | 205 | 112 | 19,6 | 300 | 169 | 13,3 |
| | 50 | 40,5 | 60,0 | 2825 | 75,0 | 30,0 | 95,4 | 110 | 46,8 | 60,8 | 160 | 70,0 | 39,2 | 230 | 103 | 26,7 |

Gumene se opruge upotrebljavaju uglavnom za prigušenje titraja i udara, npr. kao opruge za temelje ili opruge uložaka elastičnih spojki. Vulkanizirana guma između metalnih ploča ili tuljaka može se opteretiti na smik ili tlak. Slika 175 prikazuje različite oblike izvedbe, a slika 176 praktičke primjere.

Guma (kaučuk) se ne može komprimirati. Ona može promijeniti svoj oblik, ali ne i volumen. Kada bi gumu zatvorili sa svih strana ona bi izgubila svoja elastična svojstva.

Da se olakša *vulkaniziranje* gumene mješavine, dijelovi moraju biti približno jednake debljine, ali ne suviše debeli. Zbog zarezne osjetljivosti gume treba izbjegavati oštre bridove ili uglove (zaobljenja ili rebra povoljna su).

Kao materijal dolazi u obzir *prirodna guma, buna-S, perbunan-guma* i druge. Buna i perbunan su sintetičke gume (umjetna guma). Dugotrajnim djelovanjem svjetla, topline i kisika guma stari i to tako da umjetna guma otvrdne, a prirodna omekša, uz stvaranje napuklina. Vlačna naprezanja pospješuju starenje (vlačne opruge izbjegavati!). Sintetička guma je manje od prirodne gume osjetljiva na toplinu, ulje i benzin. Između -20° i -70°C guma smrzava, tj. postaje tvrda i krhka.

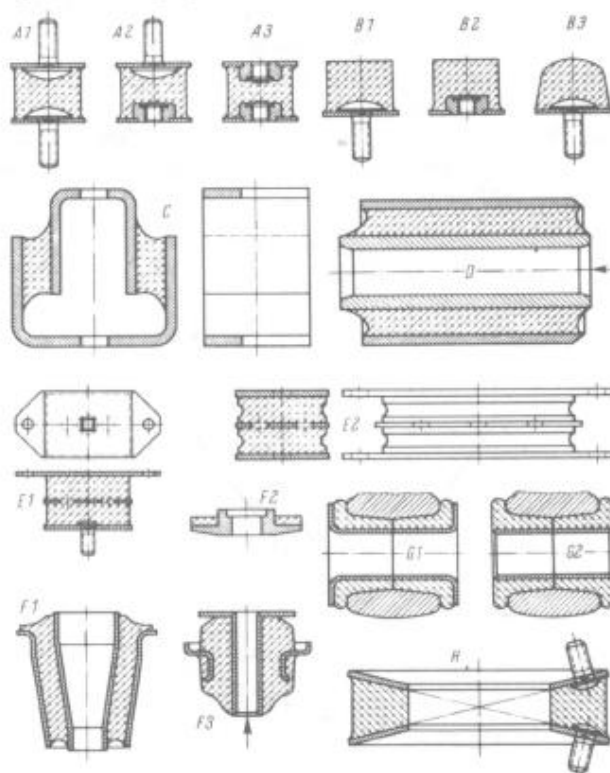


Slika 175. Osnovni oblici gumenih opruga

a) opruga sa smičnim pločama; b) opruga sa smičnim tuljcima; c) tlačna opruga;
d) uvojno-smična opruga; e) uvojno-smična opruga s pločama

24. Usvajanje opruge od gume

Tok deformacije-naprezanja gume određen je prema DIN 53504 (JUS G.S2.127). Primjerice $\sigma_{200} = 12 \text{ N/mm}^2$ znači da se materijal pri tom naprezanju rastegne 200%. Naprezanje σ_{100} je tada jednako modulu elastičnosti, koji znatno ovisi o tvrdoći gume. Tvrdoća se daje u internacionalnim stupnjevima tvrdoće IRH, koji približno odgovaraju konvencionalnoj Shore-A-tvrdoći (DIN 53505 ili JUS G.S2.125). Shore-A-tvrdoća označuje otpor kojim se materijal opire prodiranju krnjeg stošca sa $D=1,3 \text{ mm}$, $d=0,79 \text{ mm}$ i $\alpha=35^\circ$. Na primjer 40 Shore-A znači da je krnji stožac pri zadiranju za 1,27 mm naišao na otpor od približno 4,4 N. Skala tvrdoće ide od 0 do 100. 0 Shore-A izražava najmanju tvrdoću (dubina prodiranja 2,54 mm kod 0,56 N), 100 Shore-A najveću tvrdoću (bez prodiranja kod 8,2 N). S praktički dovoljnom točnošću može se staviti: 50 Shore-A \approx 50 IRH. Vrste gume koje dolaze u obzir za opruge tvrdoće su 40 do 70 Shore-A \approx 40 do 70 IRH. Metalne ploče sprečavaju gumene opruge da se pri tlačnom opterećenju slobodno poprečno deformiraju. Zbog toga karakteristike tlačnih opruga ne ovise samo o tvrdoći materijala, nego u velikoj mjeri i o oblikovanju. Stoga se modul elastičnosti



Slika 176. Metalstik-opruga (Carl Freudenberg, Weinheim/Bergstr.)
 A okrugli ležaj; B odbojnik; C dvostruk U-ležaj; D ultratuljac; E plosnat ležaj;
 F Metacone-ležai; G stožast prirubni tuljac; H Elastik-spojka

E navodi u zavisnosti od tvrdoće i oblika (sl. 177). Oblik se obuhvata faktorom oblika k . On je odnos površine preko koje se dovodi sila, i slobodne površine. Za opruge kao na sl. 175c je prema tome

$$\text{faktor oblika} \quad k = \frac{d^2 \cdot \pi/4}{d \cdot \pi \cdot h} = \frac{d}{4h} \quad (145)$$

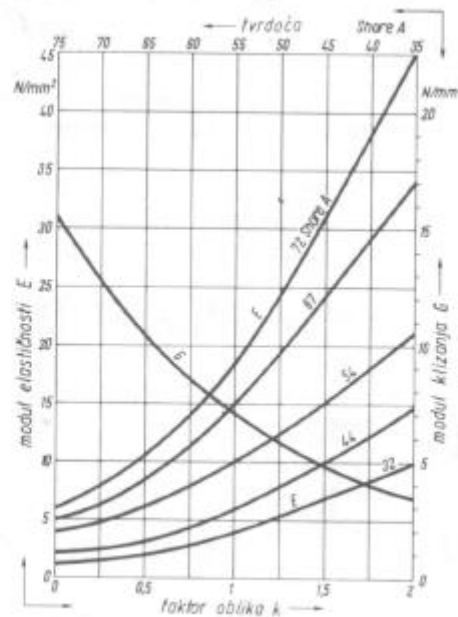
Suprotno metalnim oprugama, gumene opruge imaju zakrivljene karakteristike. Pri malim deformacijama možemo uzeti da je karakteristika ravna, tj. sa konstantnom krutošću c . Pri promjenljivom opterećenju opruga se očvršćuje, a njezina karakteristika odstupa od statičke. Ovo odstupanje obuhvaća se faktorom φ tj.:

$$\text{krutost opruge} \quad c = \varphi \cdot c_{\text{stat}} \quad (146)$$

c u N/mm ili Nmm/rad krutost opruge pri promjenljivom opterećenju,
 c_{stat} u N/mm ili Nmm/rad krutost opruge pri mirnom opterećenju, prema jednadžbi (106) ili (107), str. 140,
 faktor korekcije kod
 tvrdoće = 40 50 60 70 Shore-A
 $\varphi = 1,15 \ 1,3 \ 1,6 \ 2,2$
 Međuvrijednosti treba interpolirati.

Jednadžba (146) vrijedi za gumene opruge opterećene na tlak i smik. Statički modul klizanja G treba uzeti sa slike 177.

U tablici 70 iznesene su *jednadžbe za proračun* uobičajenih oblika opruga i *dopuštena naprežanja* prema iskustvu. Proračun daje samo približne vrijednosti. Ako je potrebno, treba razgovarati s proizvođačima opruga.



Slika 177. Statički modul elastičnosti E u zavisnosti od tvrdoće i od faktora oblika, statički modul klizanja G u zavisnosti od tvrdoće

48 Elementi strojeva 2

Tablica 70. Jednadžbe za proračun gumenih opruga i dopuštena naprezanja

| Opruga s pločama opterećena na smik sl. 175a | Opruga sa tuljcima opterećena na smik sl. 175b | Tlačna opruga Sl. 175c | Opruga opterećena uvijanjem na smik sl. 175d | Opruga s pločama opterećena uvijanjem na smik sl. 175e |
|---|--|-----------------------------------|--|--|
| 20% pomaka | | Vrijedi do 20% sabijanja | | 40° okreta |
| $\tau = F/A$ | $\tau = F/A$ | $\sigma = F/A$ | $\tau = \frac{T}{A \cdot r}$ | $\tau = 0,65 \frac{T \cdot R}{R^3 - r^3}$ |
| $\gamma = \tau/G$ | $f = \ln \frac{D}{d} \left(\frac{F}{1,8\pi hG} \right)$ | $f = \frac{F \cdot h}{A \cdot E}$ | $\alpha = \frac{T}{4\pi hG} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2} \right)$ | $\alpha \approx 0,65 \frac{T \cdot s}{(R^3 - r^3) G}$ |
| τ u N/mm ² smično naprezanje F u N sila opruge E u N/mm ² modul elastičnosti γ u rad kut smika A u mm ² spojna površina guma-metal R, r u mm polujer opruge | | | σ u N/mm ² tlačno naprezanje T u Nmm moment uvijanja opruge G u N/mm ² modul klizanja α u rad kut zakretanja opruge h u mm visina opruge s u mm debljina opruge | |

| Naprezanje | Vlak σ_{dop} N/mm ² | Tlak σ_{dop} N/mm ² | Paralelno smično τ_{dop} N/mm ² | Uvojno smično τ_{dop} N/mm ² |
|-------------------------------------|---|---|---|--|
| mirno opterećenje | 1 ... 2 | 3 ... 5 | 1 ... 2 | 2 |
| povremeni udar | 1 ... 1,5 | 2,5 ... 5 | 1 ... 2 | 2 |
| trajno titrajno opterećenje | 0,5 ... 1 | 1 ... 1,5 | 0,3 ... 0,5 | 0,3 ... 1 |
| posebni slučajevi ograničenog udara | 1 ... 2 | 3 ... 5 | 0,5 ... 1 | 0,5 ... 1,5 |

25. **Primjena opruga**
[Wittel 2011, str. 335]

26. **Amortizeri – definicija i vrste**
[Dixon 2007, str. 15]

The purpose of a damper, or so-called 'shock absorber', is to introduce controlled friction into the suspension system. In this context, it is possible to identify three distinct types of friction:

- (1) dry solid friction;
- (2) fluid viscous friction;
- (3) fluid dynamic friction.

Any of these types may be used to give suspension damping, but their characteristics are totally different.

Dry solid friction between ordinary hard materials has a maximum shear friction force which is closely proportional to the normal force at the surface:

$$F_F \leq \mu_F F_N$$

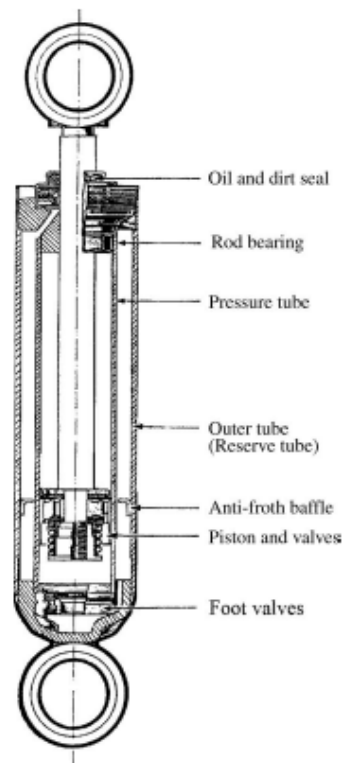


Figure 1.1.22 Cross-section of a typical telescopic damper showing the general features, shown without the dust shroud (Woodhead-Monroe).

where μ_F is the coefficient of limiting friction. For hard materials this is approximately constant over a good range of F_N , and relatively independent of the contact area. This is called Coulomb friction. However it is generally sensitive to temperature, reducing as this increases. Also it is sensitive to the sliding velocity in an undesirable way. For analysis it is common practice to consider there to be a static coefficient of friction μ_S available before any sliding occurs, and a dynamic value μ_D once there is relative motion. The dynamic value is lower, perhaps 70% of the static value.

Coulomb friction is undesirable in a suspension, provided that there is sufficient friction of desirable type, because it locks the suspension at small forces, and gives a poor ride on smooth surfaces, once known in the USA by the colourful term 'Boulevard Jerk'. Hence, nowadays, in order to optimise ride quality every effort is made to minimise the Coulomb friction, including the use of rubber bushes rather than sliding bushes at suspension pivot points.

Fluid friction is considered in detail in a later chapter, but basically viscous friction is proportional to the flow rate, and in this sense is an attractive option. Unfortunately, fluid viscosity is very sensitive to temperature. Fluid dynamic friction, arising with energy dissipation from turbulence, is proportional

to the flow rate squared, which is undesirable because it gives forces too high at high speed or too low at low speed. However it depends on the fluid density rather than the viscosity, so the temperature sensitivity, although not zero, is much less than for viscous damping.

Much of the subtlety of damper design therefore hinges around obtaining a desirable friction characteristic which is also consistent, i.e. not unduly sensitive to temperature. This is achieved by using the fluid-dynamic type of friction, with pressure-sensitive variable-area valves to give the desired variation with speed.

There have been numerous detailed variations of the hydraulic damper. The principal types may be classified as:

- (1) lever vane (e.g. Houdaille);
- (2) lever cam in-line pistons (e.g. Delco Lovejoy);
- (3) lever cam parallel pistons, (e.g. Delco);
- (4) lever rod piston (e.g. Armstrong);
- (5) telescopic.

Industrie-Stoßdämpfer sind wartungsfreie hydraulische Bauelemente mit *besonderen Dämpfungseigenschaften*, mit denen sie sich von anderen federnden Bauelementen unterscheiden. Überall, wo produziert und transportiert wird, sind Massen in Bewegung, die in einem bestimmten Arbeitsrhythmus einen Richtungswechsel erfahren oder die abgebremst und positioniert werden müssen. Die Massen beinhalten eine mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wachsende kinetische Energie. Bei Aufnahme dieser Energie durch Stoßdämpfer, also beim Abbremsen der Masse, treten Kräfte auf, die sich mit der umzuwandelnden mechanischen Energie und also mit der Produktionsgeschwindigkeit der Anlage erhöhen. Eine Steigerung der Produktionsgeschwindigkeit bedingt eine steigende Maschinenbelastung; sie verlangt eine Verringerung der Abbremskräfte.

Forderung ist es, die bewegten Massen positionsgenau und in kürzester Zeit mit möglichst kleinen Bremskräften abzubremesen. Während Federpuffer, Gummipuffer, Luftpuffer und hydraulische Bremszylinder eine Abbremskinematik aufweisen, die eine unakzeptable Höchstkraft bedingt, bremsen Industrie-Stoßdämpfer sanft und in kurzer Verzögerungszeit mit nahezu konstanter Bremskraft über den gesamten Bremsweg.

2.6.2 Funktionsweise des Industrie-Stoßdämpfers

Diese *ideale Brems-Kinematik* (konstante Verzögerung, zeitlich linearer Geschwindigkeitsverlauf) verdankt der Industrie-Stoßdämpfer seinem konstruktiven Aufbau: Beim Abbremsvorgang wird die Kolbenstange in den Stoßdämpfer eingeschoben; das Hydraulik-Öl, das sich vor dem Kolben befindet, wird durch Drosselöffnungen verdrängt und vom sog. Absorber aufgenommen; proportional zum verfahrenen Hub nimmt die Zahl der wirksamen Drosselbohrungen ab, sodass damit die Kolbenkraft (und damit die auf die abzubremesende Masse wirkende Bremskraft) annähernd konstant bleibt. Daraus resultiert die Abbrems-Kinematik (**Bild 16**).

Die Industrie bietet eine Vielfalt von konstruktiven Varianten (leichte bis schwere Baureihen, Sicherheitsdämpfer, Rotationsdämpfer, einstellbare, selbsteinstellende und fest eingestellte Dämpfer) für alle anfallenden Aufgaben. Hübe von wenigen mm bis zu mehreren dm, Kräfte von wenigen N bis in den kN-Bereich, Energien von wenigen J bis zu mehreren 100 kJ.

Der Einsatz von Industrie-Stoßdämpfern ermöglicht Produktionssteigerung von Maschinen und Anlagen, erhöht die Lebensdauer der Elemente, senkt Konstruktions-, Produkt- und Betriebskosten, senkt den Verschleiß, mindert den Betriebslärm.

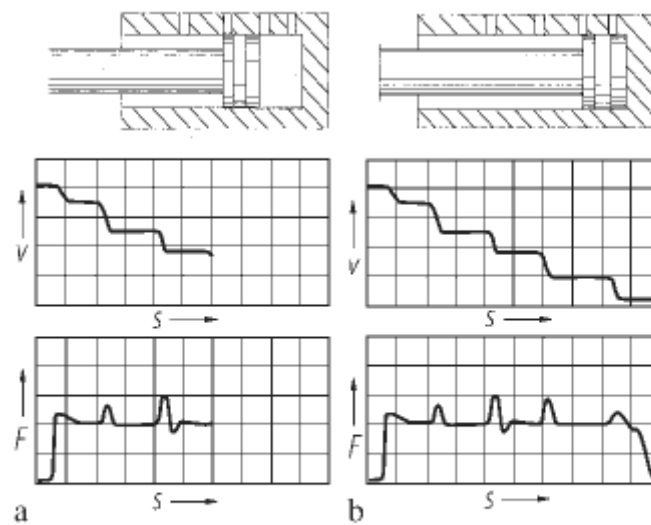


Bild 16 a, b. Verlauf von Geschwindigkeit v und Kraft F über dem Kolbenweg s beim Einfahren des Kolbens. **a** Halber Hub; **b** voller Hub

Die Rollmembrane (Absorber) dient als Rückstellelement; Volumenausgleich und hermetische Abdichtung bei einer Lebensdauer bis zu 25 Millionen Lastwechseln.

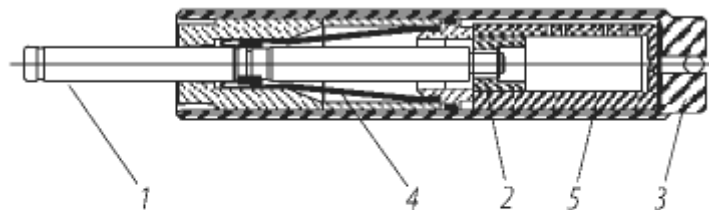


Bild 17. Aufbau eines Industrie-Stoßdämpfers. **1** Kolbenstange, gehärtet, hochfester Stahl, rostfrei, **2** Kolben Sintermetall, selbstschmierend, **3** Korpus, massiv, geschlossener Boden, **4** Absorber, dynamische Dichtung als Rollmembrane, **5** Hochdruckhülse, hochfester legierter Stahl, gasnitriert, für Innendrucke bis 1000 bar

27. **Karakteristika i rad amortizera**

Cross2005/466/915/1051, Dixon2007,
[Grote 2007, str. 467]

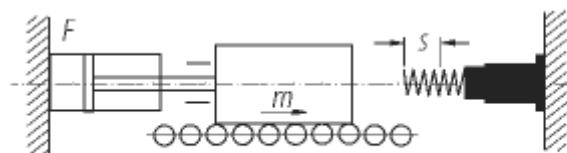


Bild 18. Bewegte Masse mit Antriebskraft: Berechnungsbeispiel

Parameter zur Auswahl des Industrie-Stoßdämpfers sind die je Hub oder je Zeiteinheit (z.B. je Stunde) anfallende mechanische Gesamtenergie und die sich daraus ergebende sog. *effektive Masse* m_e sowie die Taktzahl.

$$\begin{aligned} W_1 &= 0,5 \cdot m \cdot v^2; & m_e &= \frac{2 \cdot W_3}{v^2} \\ W_2 &= F \cdot s \\ W_3 &= W_1 + W_2; & Q &= \frac{1,2 \cdot W_3}{s} \\ W_4 &= W_3 \cdot x \end{aligned}$$

mit W_1 = kinetische Energie pro Hub (in Nm); W_2 = Energie/Arbeit der Antriebskraft pro Hub (in Nm); W_3 = Gesamtenergie pro Hub (in Nm); W_4 = Gesamtenergie pro Stunde (in Nm/h); m_e = effektive Masse (in kg); Q = Gegenkraft/Stützkraft (in N); m = abzubremsende Masse (in kg); F = Kraft, zusätzliche Antriebskraft (in N); s = Stoßdämpferhub (in m); x = Anzahl der Hübe pro Stunde (in 1/h); v = Auftreffgeschwindigkeit der Masse (in m/s).

Beispiel: $m=36$ kg; $v=1,5$ m/s; $F=400$ N; $x=1000$ 1/h;
 $s=0,025$ m (gewählt)

Ergebnisse: $W_1 = 0,5 \cdot 36 \cdot 1,5^2 = 41$ Nm; $W_2 = 400 \cdot 0,025 = 10$ Nm;
 $W_3 = 41 + 10 = 51$ Nm; $W_4 = 51 \cdot 1000 = 51000$ Nm;
 $m_e = 2 \cdot 51 : 1,5^2 = 45$ kg; $Q = 1,2 \cdot 51 : 0,025 = 2448$ N

[Dixon 2007, str. 47]

28. **Usvajanje amortizera**

[Dixon 2007, str. 334]

The full specification of a damper can be immensely complex, covering all the dimensional data, plus solid material specifications, manufacturing methods, liquid specifications, gas pressurisation, and performance specifications with tolerances. However, for a normal damper many of these are fairly standard and may be taken for granted. Essentially, the damper must be connected to the vehicle and exert the desired forces. Hence the primary specification features may be considered to be:

- (1) end fitting design;
- (2) length range;
- (3) $F(V)$ curve.

This is a functional specification. That specification may be achieved in a variety of ways, but to guarantee the performance over a range of conditions, the method of achieving it may also be specified. Hence the specification may well include:

- (4) configuration;
- (5) diameter;
- (6) oil properties.

The question of the life of a damper, that is wear rate and maintenance of an acceptable $F(V)$ over a long period of use, is a difficult one. Durability tests, both bench and field, will normally be required. To help to achieve durability, the specification may include information on:

- (7) seals;
- (8) surface finish;
- (9) corrosion resistance.

According to the particular case, any other technical details may be added, as required. Finally, last and by no means least, there is

- (10) cost.

10.2 End Fittings

The end fittings are dictated by the vehicle. Usually the lower end of the damper will use a transverse eye with rubber bush fixed onto a stud protruding from a suspension arm. The actual specification will therefore be the type of fitting and the dimensions, i.e. tube material, inner diameter to accept the bush, wall thickness as length (usually equal to the bush length). In more detail there will be a tolerance on the accuracy of the end tube position, plus a method of attachment, e.g. welding, and a minimum strength. The bush itself needs to be specified too, in particular the dimensions, but also the stiffness of the rubber. In practice, this will frequently be done indirectly by indicating a standard part number.

If the upper end is connected directly into the top of the wheel arch, then the protruding rod diameter, length and thread must be stated, plus the size and hardness of the rubber pads and the supporting metal plates.

10.3 Length Range

The range of suspension motion is normally limited by separate bump stops and droop stops, so the maximum spacing of the damper mounting points is known. It is essential that the damper should be able to span this entire range, in order to prevent damage to the damper or unpredictable handling because of improper restriction of suspension motion. Hence the damper has:

- (1) a minimum maximum length, i.e. a minimum fully extended length;
- (2) a maximum minimum length, i.e. a maximum fully compressed length.

The actual points between which the lengths are measured must, of course, be clear. In the case of transverse eyes then the eye centres will probably be used; this must not be confused with the overall length. With an axial end fixing rod, the measuring point must also be defined.

Obviously the damper stroke must normally exceed the full range of relative motion of the connection points. However, this alone is not sufficient. The exception to the above is when the damper is intended to act as the bump or droop stop, and designed appropriately to do so, often with the incorporation of bump and droop rubbers.

10.4 $F(V)$ Curve

The $F(V)$ curve, over the appropriate range of compression and extension velocities, is the essence of the damper specification, usually expressed as forces at discrete velocities. In practice there must be some tolerance to allow for manufacturing variation, the width of which will depend upon the quality of the damper. The tolerance is not well specified by only a force or only a percentage tolerance, so a combination of these may be given, e.g. $\pm 20\text{ N} \pm 10\%$ of nominal force. Alternatively, maximum and minimum acceptable forces may be presented in graphical form. Tolerances will also be placed on the gas force, and on the effect of temperature.

As described earlier, the actual desired force curve for the damper must take into account the desired damping for the vehicle and the effect of the installation motion ratio.

10.5 Configuration

According to the application, some particular configuration of damper will generally be preferred, and required. Hence the damper will be required to be a single-tube or double-tube type, possibly with a floating gas-separator piston, possibly with a remote reservoir and so on.

10.6 Diameter

The required forces may be achievable by a high pressure on a small piston. However such a design will be very sensitive to leaks, and hence to wear. Also a small diameter will have poorer cooling. Therefore a minimum or actual nominal diameter for the piston may be specified, and also perhaps the rod diameter and, for a double-tube type, the diameter of the outer tube.

10.7 Oil Properties

According to the particular application, the oil type, and viscosity and density at standard temperature, may be specified. Usually a standard damper mineral oil will simply be defined by a manufacturer's reference number. For more difficult cases, a low-viscosity-index synthetic oil may be required, but again indicated by a manufacturer and oil type number.

10.8 Life

The useful life of a damper is difficult to predict because of variations in conditions of use, i.e. of driving styles and local road roughness, and is difficult to test because the life is usually measured in tens of thousands of kilometres on normal roads. The useful life is normally limited by leakage due to rod seal wear or piston seal wear. Hence the life is enhanced by careful choice of seal design and materials with a very good finish on the hard rubbing surfaces of rod and cylinder, all of which need to be specified. A large piston diameter, giving larger liquid displacement volumes and lower operating pressures, improves the tolerance to leakage.

10.9 Cost

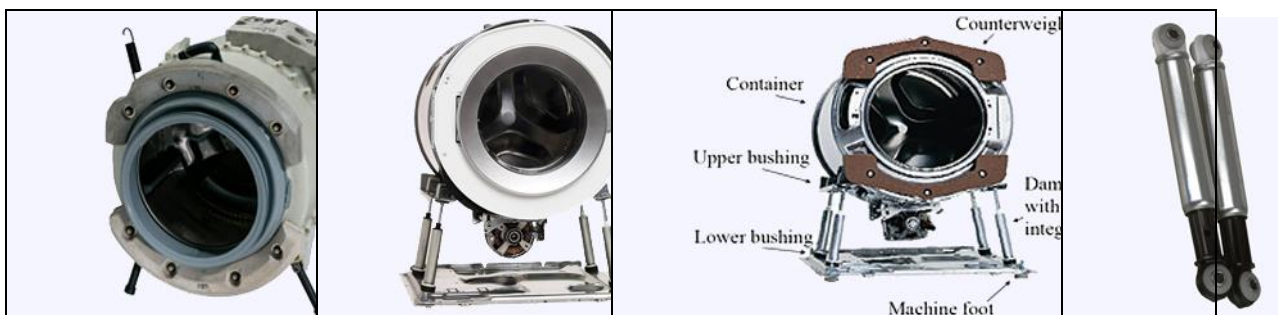
The importance of the manufacturing cost of a damper may seem to be too obvious to require discussion. However, the significance of the price will vary considerably with the application. For a high-grade racing car or rally car the accuracy and predictability of the $F(V)$ curve, and the life reliability, may be so important that a high price is not problematic. On the other hand, for an economy passenger car, which is price sensitive, less critical on exact damping level and produced in large quantities, the dampers will have to be a much lower price.

Of course, the cost is not so much a part of the technical specification as the result of it. The technical specification must not be higher than is appropriate to the vehicle, or the price will be adversely influenced.

29. **Primjena amortizera**
[Dixon 2007, str. 42, 416]

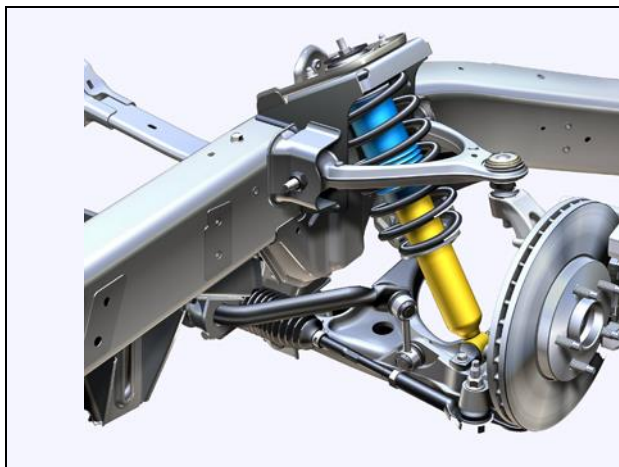
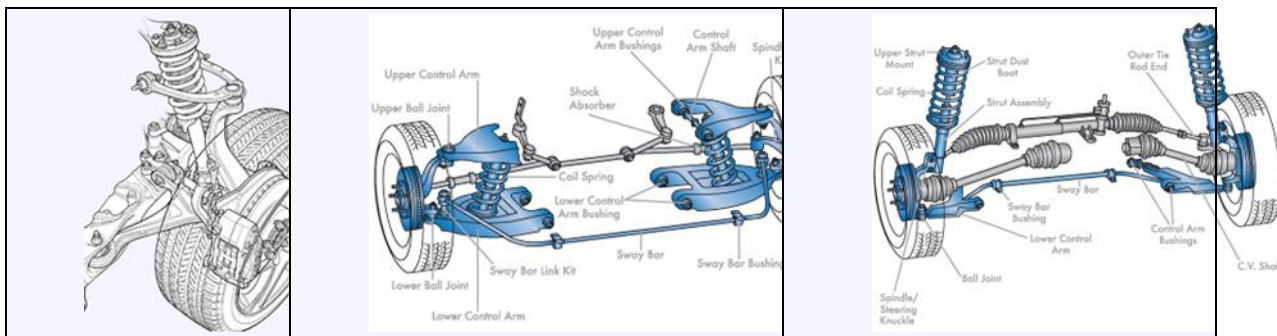
30. **Primjeri amortizera**
[Dixon 2007, str. 37, 135]

31. **Ogibljenje stroja za rublje**

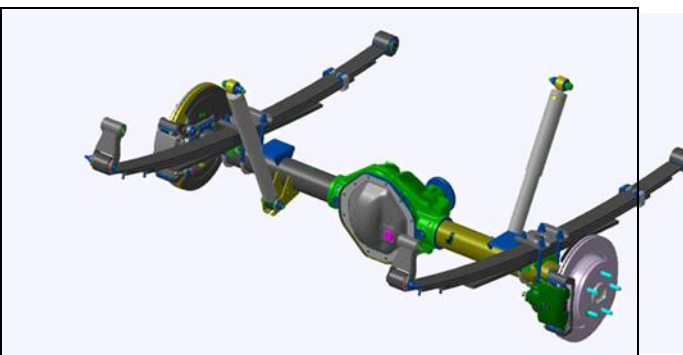
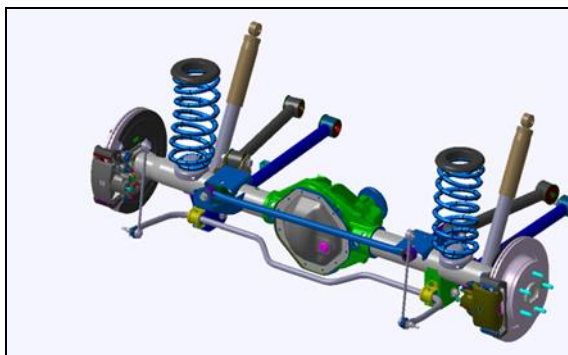
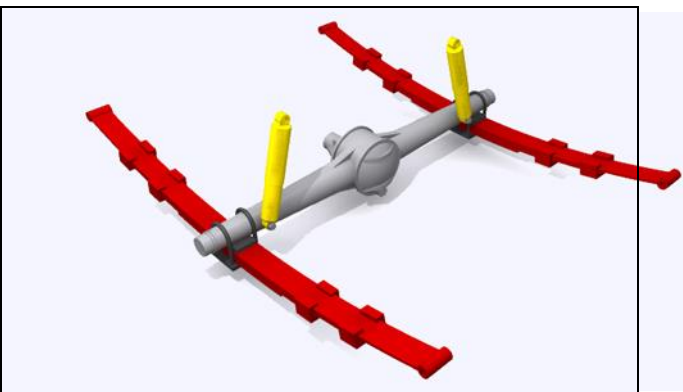
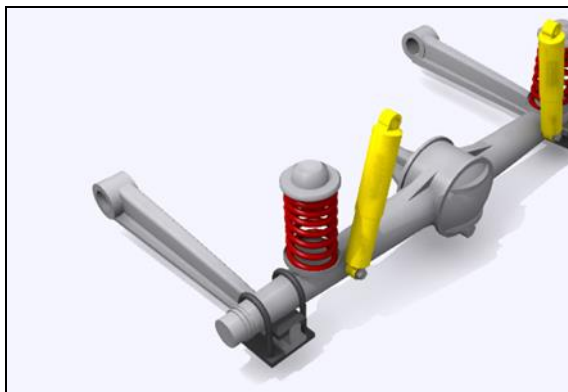


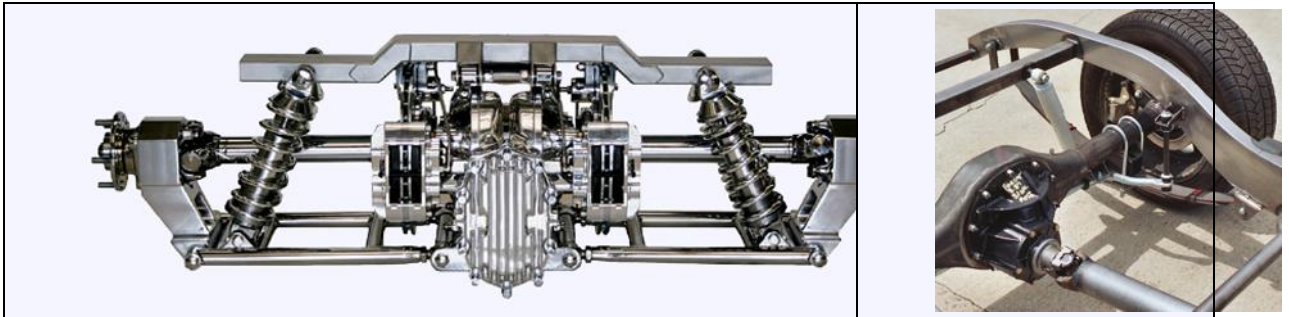
32. **Prednje ogibljenje vozila**

56 Elementi strojeva 2



33. Zadnje ogibljenje vozila





7.2 Osnove elastičnih spojeva: Lingaiah2004/763÷767,

7.2.1 Ubrzano gibanje i titranje – Avallone2006/166÷184, Margithu2001/337÷442,

7.2.2 Harmonijsko titranje – Grote2007/85÷93, Lingaiah2004/763÷787, Shigley1996/1262÷1291, Budynas2007/947÷976,

7.2.3 Prigušeno titranje

7.2.4 Prinudno titranje

7.2.1 Titranje i materijali – Ashby2007/185÷202, Carvill2003/67÷75, Cross2005/85÷93, Decker1987/130,154,227, Haberhauser2009/227÷265, Lingaiah2004/662÷762, Pandžić2008/80÷90,

7.2.2 Elastični spojevi –

7.2.3 Primjeri elastičnih spojeva – Budynas2007/860÷912,

7.3 Opruge – Avallone2006/699÷706, Ashby2002/327,331,333,325, Ashby2009/138÷140; Ashby2007/47÷76,111÷137, Böge2011/I89-I108, Brown2005/385÷406, Brown2005/43, Budynas2007/240,505÷553, Callister2007/163÷166, Carvill2003/489,43÷48, Childs2004/240÷265, Cross2005/455,466,915,1048,1051, Czichos2008/K50÷K54, Decker1987/139÷169,230, Dickenson1999/181, DIN2008/422÷424,489÷490, Elčić1973/224÷253, Fleisher2009, Grote2007/455÷466, Hall1968/197÷211, Hering2004/405÷411, Jelaska/121÷136, Künne12008/345÷393, Lingaiah2004/629÷661, Margithu2001/283÷296, Meissner2007, Mott/745÷788, Muhs2006/114÷140, Muhs2007/66÷76/199÷203/285÷288, Niemann/502÷561, Norton/760÷831, Parmley/D13, Podrug/40÷46, Shigley1996/744÷811, Shigley2004/109÷176, Spotts1961/83÷101, Steinhilper12008/205÷273, VitasI1990/202÷228, Witte12009/318÷359, Witte12011/301÷342,

7.3.1 Osnove opruga: materijali: Ashby2005/138÷145,329÷332, Brown2005/246,

7.3.2 Opterećenje opruga: vlačno/lačno Beer2011, Böge2007/839; savojno: ; uvajno:

7.3.3 Usvajanje opruga – Fleisher2009, SocietyOfAutomotiveEngineers1970, Vöth2007/46÷52,

7.3.4 Izrada opruga

7.3.4 Primjeri korištenja opruga – Childs2004/54/184/210, Cross2005/440, tami spojevi s oprugama: Decker1987/130; oblikovni spojevi s oprugama: Decker1987/154,

7.4 Amortizeri – Ashby2007/293, Grote2007/466÷467, Cross2005/466/915/1051, Dixon2007,

7.4.1 Osnove amortizera

7.4.3 Usvajanje amortizera

7.4.4 Izrada amortizera

7.4.3 Primjeri korištenja amortizera

7.5 Primjeri elastičnih spojeva

6.1.1 Ovjes vozila

6.1.2 Hidropneumatski ovjesi vozila – Bauer2010,

Dodaci: Carvill2003/322÷340,

Literatura (obrada, rječnik)

Podloge (kratice, norme, internet, razno) – Norton2003/816÷818,

Provjere znanja (teme, pitanja, zadaci) –

Literatura – Bauer2010, Blake1979, Bonnick2011, Elliott2007, Fijalkowski2011, Garrett2001, Graham2000, Haberhauser2009/227÷265, Hall1968/96÷107, Harris2001, Lobontiu2002, Mancuso1999, Savaresi2010, SocietyofAutomotiveEngineers1970,

58 Elementi strojeva 2

| | | |
|----------------|----------------|-----------------------|
| gibanje | motion | Bewegung |
| titranje | vibration | Vibration |
| elastični spoj | elastic joint | elastische Verbindung |
| opruga | spring | Feder |
| amortizer | shock absorber | Stoßdämpfer |

7.5.3 Opruge s amortizerima

Dodatak

Literatura

1. Elastični spojevi
 - 2.1 Gibanje i titranje (motion and vibration, Bewegung und Vibration)
 - 2.1.1 Ubrzano gibanje
 - Titranje 20/85, 34/763-787, 50/1262, 8/947-976,
 - 2.1.2 Harmonijsko titranje
 - 2.1.3 Prigušeno titranje
 - 2.1.4 Prinudno titranje
 - 2.1.5 Titranje i materijali 1/185-202.
 - 2.2 Elastični spojevi (elastic joint, elastische Verbindung) 22/227,
 - 2.2.1 Stezni spojevi s oprugama
 - 2.2.2 Oblikovni spojevi s oprugama
 - Fleksibilni spojevi 8/860-912,
 - 2.3 Opruge (spring, Feder) 6/700-719, 7/385-406, 8/505-553, 10/43-48, 11/240-265, 13/139-169, 15/493-494, 18, 20/455, 26, 121-136, 34/629-661, 36/745-788, 54/318-359, 37/114-140, 38/66-76/199-203/285-288, 40/502-561, 41/760-831, 46/D13, 48/40-46, 50/744, 51/83-101, 52/206-273, 52/389-423,
 - 2.3.1 Osnove opruga
 - 2.3.2 Klasifikacija opruga
 - 2.3.3 Vlačno/tlačno opterećene opruge
 - 2.3.4 Savojno opterećene opruge
 - 2.3.5 Uvojno opterećene opruge
 - 2.3.6 Primjeri korištenja opruga
 - 2.4 Amortizeri (shock absorber, Stoßdämpfer)
 - 2.4.1 Osnove amortizera
 - 2.4.2 Klasifikacija amortizera
 - 2.4.3 Primjeri korištenja amortizera
1. **Elastični spojevi** – Bauer2010, Blake1979, Bonnicks2011, Elliott2007, Fijalkowski2011, Garrett2001, Graham2000, Haberhauer2009/227÷265, Hall1968/96÷107, Harris2001, Lobontiu2002, Mancuso1999, Savaresi2010, SocietyofAutomotiveEngineers1970,
 - 7.1 **Gibanje i titranje:**
 - 7.1.1 Ubrzano gibanje i titranje – Avallone2006/166÷184, Margithu2001/337÷442,
 - 7.1.2 Harmonijsko titranje – Grote2007/85÷93, Lingaiah2004/763÷787, Shigley1996/1262÷1291, Budynas2007/947÷976,
 - 7.1.3 Prigušeno titranje
 - 7.1.4 Prinudno titranje
 - 7.2 **Osnove elastičnih spojeva:** Lingaiah2004/763÷767,
 - 7.2.1 Titranje i materijali – Ashby2007/185÷202, Brown2005/246, Carvill2003/67÷75, Cross2005/85÷93, Decker1987/130,154,227, Haberhauer2009/227÷265, Lingaiah2004/662÷762, Pandžić2008/80÷90,
 - 7.2.2 Elastični spojevi –
 - 7.2.3 Primjeri elastičnih spojeva – Budynas2007/860÷912,
 - 7.3 **Opruge** – Avallone2006/699÷706, Ashby2002/327,331,333,325, Ashby2009/138÷140; Ashby2007/47÷76,111÷137, Böge2011/189-1108, Böge2007/700÷719, Brown2005/385÷406, Brown2005/43, Budynas2007/240,505÷553, Callister2007/163÷166, Carvill2003/489,43÷48, Childs2004/240÷265, Cross2005/455,466,915,1048,1051, Czichos2008/K50÷K54, Decker1987/139÷169,230, Dickenson1999/181, DIN2008/422÷424,489÷490, Elčić1973/224÷253, Fleisher2009, Grote2007/455÷466, Hall1968/197÷211, Hering2004/405÷411, Jelaska/121÷136, Künne12008/345÷393, Lingaiah2004/629÷661, Margithu2001/283÷296, Meissner2007, Mott/745÷788, Muhs2006/114÷140, Muhs2007/66÷76/199÷203/285÷288, Niemann/502÷561, Norton/760÷831, Parmley/D13, Podrug/40÷46, Shigley1996/744÷811, Shigley2004/109÷176, Spotts1961/83÷101, Steinhilper12008/205÷273, Vitas1990/202÷228, Wittel2009/318÷359, Wittel2011/301÷342,

60 Elementi strojeva 2

- 7.3.1 Osnove opruga: **materijali**: Ashby2005/138÷145,329÷332, Brown2005/246,
7.3.2 Opterećenje opruga: **vlačno/lačno** Beer2011, Böge2007/839; savojno: ; uvojno:
7.3.3 Usvajanje opruga – Fleisher2009, SocietyOfAutomotiveEngineers1970, Vöth2007/46÷52,
7.3.4 Izrada opruha
7.3.4 Primjeri korištenja opruga – Childs2004/54/184/210, Cross2005/440, **rami spojevi s oprugama**: Decker1987/130; **oblikovni spojevi s oprugama**: Decker1987/154,
7.4 Amortizeri – Ashby2007/293, Grote2007/466÷467, Cross2005/466/915/1051, Dixon2007,
7.4.1 Osnove amortizera
7.3.3 Usvajanje amortizera
7.3.4 Izrada amortizera
7.4.3 Primjeri korištenja amortizera
7.5 Primjeri elastičnih spojeva
6.1.1 Ovjes vozila
6.1.2 Hidropneumatski ovjesi vozila – Bauer2010,
Dodaci Carvil2003/322÷340,
7.2 Osnove elastičnih spojeva: Lingaiah2004/763÷767,
7.1.1 Ubrzano gibanje i titranje – Avallone2006/166÷184, Margithu2001/337÷442,
7.1.2 Harmonijsko titranje – Grote2007/85÷93, Lingaiah2004/763÷787, Shigley1996/1262÷1291, Budynas2007/947÷976,
7.1.3 Prigušeno titranje
7.1.4 Prinudno titranje
7.2.1 Titranje i materijali – Ashby2007/185÷202, Brown2005/246, Carvill2003/67÷75, Cross2005/85÷93, Decker1987/130,154,227, Haberhauer2009/227÷265, Lingaiah2004/662÷762, Pandžić2008/80÷90,
7.2.2 Elastični spojevi –
7.2.3 Primjeri elastičnih spojeva – Budynas2007/860÷912,
7.3 Opruge – Avallone2006/699÷706, Ashby2002/327,331,333,325, Ashby2009/138÷140; Ashby2007/47÷76,111÷137, Böge2011/189-1108, Böge2007/700÷749, Brown2005/385÷406, Brown2005/43, Budynas2007/240,505÷553, Callister2007/163÷166, Carvill2003/489,43÷48, Childs2004/240÷265, Cross2005/455,466,915,1048,1051, Czichos2008/K50÷K54, Decker1987/139÷169,230, Dickenson1999/181, DIN2008/422÷424,489÷490, Elčić1973/224÷253, Fleisher2009, Grote2007/455÷466, Hall1968/197÷211, Hering2004/405÷411, Jelaska/121÷136, Künne12008/345÷393, Lingaiah2004/629÷661, Margithu2001/283÷296, Meissner2007, Mott/745÷788, Muhs2006/114÷140, Muhs2007/66÷76/199÷203/285÷288, Niemann/502÷561, Norton/760÷831, Parmley/D13, Podrug/40÷46, Shigley1996/744÷811, Shigley2004/109÷176, Spotts1961/83÷101, Steinhilper12008/205÷273, Vitas1990/202÷228, Wittel2009/318÷359, Wittel2011/301÷342,
7.3.1 Osnove opruga: **materijali**: Ashby2005/138÷145,329÷332, Brown2005/246,
7.3.2 Opterećenje opruga: **vlačno/lačno** Beer2011, Böge2007/839; savojno: ; uvojno:
7.3.3 Usvajanje opruga – Fleisher2009, SocietyOfAutomotiveEngineers1970, Vöth2007/46÷52,
7.3.4 Izrada opruha
7.3.4 Primjeri korištenja opruga – Childs2004/54/184/210, Cross2005/440, **rami spojevi s oprugama**: Decker1987/130; **oblikovni spojevi s oprugama**: Decker1987/154,
7.4 Amortizeri – Ashby2007/293, Grote2007/466÷467, Cross2005/466/915/1051, Dixon2007,
7.4.1 Osnove amortizera
7.3.3 Usvajanje amortizera
7.3.4 Izrada amortizera
7.4.3 Primjeri korištenja amortizera
7.5 Primjeri elastičnih spojeva
6.1.1 Ovjes vozila
6.1.2 Hidropneumatski ovjesi vozila – Bauer2010,
Dodaci Carvil2003/322÷340,
Literatura (obrada, rječnik)
Podloge (kratice, norme, internet, razno) – Norton2003/816÷818,
Provjere znanja (teme, pitanja, zadaci) –
Literatura – Bauer2010, Blake1979, Bonnick2011, Elliott2007, Fjalkowski2011, Garrett2001, Graham2000, Haberhauer2009/227÷265, Hall1968/96÷107, Harris2001, Lobontiu2002, Mancuso1999, Savaresi2010, SocietyofAutomotiveEngineers1970,

Internet

Podloge*Glosar**Rječnik*

| hrvatski | engleski | njemački |
|----------------|----------------|-----------------------|
| gibanje | motion | Bewegung |
| titranje | vibration | Vibration |
| elastični spoj | elastic joint | elastische Verbindung |
| opruga | spring | Feder |
| amortizer | shock absorber | Stoßdämpfer |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

*Oznake**Formule**Norme**Podaci*

Razno

Teme

2. **Elastični spojevi**
 34. Elastični spojevi – definicija
 35. Titranje i vrste titranja
 36. Harmonijsko titranje
 37. Prigušeno titranje
 38. Prinudno titranje
 39. Rezonanca
 40. Vrste eleastičnih spojeva
 41. Struktura elastičnih spojeva
 42. Opruge – definicija i vrste
 43. Karakteristika i rad opruge
 44. Opterećenja i titranje opruge
 45. Naprezanja čvrstoća opruga
 46. Materijali opruga
 47. Savojne lisnate opruge
 48. Usvajanje savojne lisnate opruge
 49. Zavojna opruga za okretanje
 50. Usvajanje zavojne opruge za okretanje
 51. Šipkasta opruga za torziju
 52. Tanjurasta opruga za sabijanje
 53. Cilindrična tlačna i vlačna opruga
 54. Učvršćivanje krajeva cilindrične opruge
 55. Usvajanje cilindričnih tlačnih i vlačnih opruga
 56. Opruge od gume
 57. Usvajanje opruge od gume
 58. Primjena opruga
 59. Amortizeri – definicija i vrste
 60. Karakteristika i rad amortizera
 61. Usvajanje amortizera
 62. Primjena amortizera
 63. Primjeri amortizera
 64. Prednje ogibljenje vozila
 65. Zadnje ogibljenje vozila

Izvodi

Provjera znanja

Pitanja

Zadaci

Literatura

1. Ashby M., Shercliff H., Cebon D.: *Materials – Engineering, Science, Processing and Design*; Butterworth-Heinemann, 2007.
2. Ashby M. F.: *Materials Selection in Mechanical Design*, 3rd Edition; Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
3. Böge A.: *Vieweg Handbuch Maschinenbau - Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik*, 18. Auflage; Vieweg, 2007.
4. Brown T.H. Jr.: *Mark's Calculations For Machine Design*; McGraw-Hill, 2005.
5. Budynas R.G., Nisbett K.J.: *Shigley's Mechanical Engineering Design*, 8th Edition; McGraw-Hill, 2007.
6. Callister Jr. W. D.: *Materials Science and Engineering: An Introduction*, 7th Edition; John Wiley & Sons, New York, 2007.
7. Carvill J.: *Mechanical Engineer's Data Handbook*; Butterworth-Heinemann, 2003.
8. Childs P.: *Mechanical Design*, 2nd Edition; Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004.
9. Decker K.-H.: *Elementi strojeva*, 2. izdanje; Tehnička knjiga, 1987.
10. DIN – Deutsches Institut für Normung: *Klein Einführung in die DIN-Normen*, 14. Auflage; B.G.Teubner – Beuth, 2008.
11. Fleischer B., Theumert H.: *Entwickeln Konstruieren Berechnen – Komplexe praxisnahe Beispiele mit Lösungsvarianten*, 2. Auflage; Vieweg + Teubner, 2009.
12. Grote K.-H., Feldhusen J.: *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau*, 22. Auflage; Springer, 2007.
13. Haberhauer H., Bodenstein F.: *Maschinenelemente – Gestaltung, Berechnung, Anwendung*, 15. Auflage; Springer, 2009.
14. Hering E., Schröder B.: *Springer Ingenieurtabellen*; Springer, 2004.
15. Hoischen H.: *Technisches Zeichnen – Grundlagen, Normen, Beispiele, Darstellende Geometrie*, 27. Auflage; Cornelsen-Girardet, 1998.
16. Humpston G., Jacobson D.M.: *Principles of Soldering*; ASM International, 2004.
17. Jelaska D.: *Elementi strojeva – skripta za studente Industrijskog inženjerstva*; Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Splitu, 2005.
18. Klebanov B.M., Barlam D. M., Nystrom F. E.: *Machine Elements – Life and Design*; CRC Taylor & Francis Group, 2008.
19. Kljajin M., Opalić M.: *Inženjerska grafika*; Sveučilišni udžbenik; Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, 2010.
20. Koludrović Ć., Koludrović-Harbić I., Koludrović R.: *Tehničko crtanje u slici s kompjutorskim aplikacijama*, 5. izdanje, Ć.I.R. – Rijeka, 1994. .
21. Kraut B.: *Strojarski priručnik*, 9. izdanje; Tehnička knjiga, 1988.

22. Kurz U., Wittel H.: *Böttcher/Forberg Technisches Zeichnen – Grundlagen, Normung, Darstellende Geometrie und Übungen*, 25. Auflage; Vieweg+Teubner, 2010.
23. Läßle V.: *Einführung in die Festigkeitslehre – Lehr- und Übungsbuch*; Viewegs Fachbücher der Technik, 2006.
24. Läßle V.: *Lösungsbuch zur Einführung in die Festigkeitslehre – Ausführliche Lösungen und Formelsammlung*; Viewegs Fachbücher der Technik, 2007.
25. Lingaiah K.: *Machine Design Databook*, 2nd Edition; McGraw-Hill, 2002.
26. Messler R.W.: *Joining of Materials and Structures From Pragmatic Process to Enabling Technology*; Elsevier Butterworth–Heinemann, 2004.
27. Mott R.L.: *Machine Elements in Mechanical Design*, 4th Edition; Prentice Hall, 2003.
28. Muhs D., Wittel H., Jannasch D., Becker M., Voßiek J.: *Roloff/Matek Maschinenelemente – Interaktive Formelsammlung auf CD-ROM*, 8. Auflage; Vieweg, 2006.
29. Muhs D., Wittel H., Jannasch D., Voßiek J.: *Roloff/Matek Maschinenelemente – Aufgabensammlung – Aufgaben, Lösungshinweise, Ergebnisse*, 14. Auflage; Vieweg, 2007.
30. Muscroft S.: *Plumbing – For Level 2 Technical Certificate and NVQ*, 2nd Edition; Elsevier Newness, 2007.
31. Niemann G., Winter H., Höhn B.-R.: *Maschinenelemente – Band 1 – Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen*, 4. Auflage; Springer, 2005.
32. Norton R.L.: *Machine Design – An Integrated Approach*, 3rd Edition; Prentice Hall, 2006.
33. Oberg E., Jones F.D., Horton H.L., Ryffel H.H.: *Machinery's Handbook* 27th Edition; Industrial Press, 2004.
Oberg E., Jones F.D., Horton H.L., Ryffel H.H.: *Machinery's Handbook* 28th Edition; Industrial Press, 2008.
34. Pandžić J., Pasanović B.: *Elementi strojeva – udžbenik s DVD-om za 2. razred tehničkih škola u području strojarstva i brodogradnje*; Neodidacta, 2008.
35. Pahl G., Beitz W.: *Engineering Design – A Systematic Approach*; Design Council 1988.
36. Parisher R.A., Rhea R.A.: *Pipe Drafting and Design*, 2nd Edition; Gulf Professional Publishing - Butterworth–Heinemann, 2002.
37. Parmley R.O.: *Machine Devices and Components Illustrated Sourcebook*; McGraw-Hill, 2005.
38. Patnaik S., Hopkins D.: *Strength of Materials – A New Unified Theory for the 21st Century*; Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004.
39. Podrug S.: *Elementi strojeva – predavanja za stručni i preddiplomski studij brodogradnje*; Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Splitu, 2008.
40. Prestly D.R.: *Do-It-Yourself For Dummies*; Wiley 2007.

41. Shigley J.E., Mischke C.R.: *Standard handbook of machine design*, 2nd Edition; McGraw-Hill Professional, 1996.
51./b Shigley J.E., Mischke C.R.: *Standard handbook of machine design*, 3rd Edition; McGraw-Hill Professional, 2004.
42. Spotts M.F.: *Design of Machine Elements*; 3rd Edition; Prentice Hall, 1961.
43. Steinhilper W., Sauer B.: *Konstruktionselemente des Maschinenbaus 1 – Grundlagen der Berechnung und Gestaltung von Maschinenelementen*, 7. Auflage; Springer, 2008.
44. Steinhilper W., Sauer B.: *Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2 – Grundlagen von Maschinenelementen für Antriebsaufgaben*, 6. Auflage; Springer, 2008.
45. Wittel H., Muhs D., Jannasch D., Voßiek J.: *Roloff/Matek Maschinenelemente – Lehrbuch und Tabellenbuch – Normung, Berechnung, Gestaltung*, 19. Auflage; Vieweg + Teubner, 2009.
46. Woodson D.R.: *2009 international plumbing codes handbook*; McGraw-Hill Professional, 2009.
47. Pahl G., Beitz W., Feldhusen J., Grote K.-H.: *Konstruktionslehre - Grundlagen erfolgreicher Produktentwicklung Methoden und Anwendung*, 7. Auflage; Springer, 2007.